

কোংদোকচরীবা—  
ঐতিহ্যবাহিনী বেবী,  
কুণ্ডলাকৈথেল ।

অহানবা সংস্করণ  
১৯৫০ ইং ।

প্রিন্টার—ঐরাগবিকারীসিংহ,  
ক্রেণ্ডস্ ইউনিয়ন প্রেস,  
ইন্দ্রান, মণিপুর ।

## বাইহে অমনিদং

ঐনা চহি নিপায়েয় অহনী ওবা ওইজবকপা অসিদা  
অগ্নায়া অঙাংগা জ্যামিতিগী নৈননবা হাংগী পাওখুমনি নৈনা  
ময়ম চানা খমুনা ইবনী খতি অসি য়ায়া হাংগা কইহে ।  
অসিগুয়া অঙাংগা অসি করি ভৌরগা উপায় খরদং ওইসদং  
খজবদনী জ্যামিতিগী অহানবা খরকী পুরমক ভমজবহু কয়নাদনী  
খোকপা নৈননবা হাংগিগী পাওখুমনিং অসিদং ইরগা মখোইদা  
হেংজনবা পৌরবাদি খরদং কায়গজা খজুনা লাইরিক অসি  
ইজবনি । পাওখুমনিং অসি ইজবদা কোর-কায়বা উপপাভ  
অমদি সম্পাভাংগিগী উদেভ অহু য়ায়া মখে ইরবা অমন্তং  
পারিবা অঙাংগিগী ইলাই লাইনা খঙবা ওয়বা হোংনজবদা  
খরদং কোইরপ ভোবা লমী শীজরজরি । অহুগা মখোইনা পাওখুম  
ইরকপা কান্দা য়াওদবহু ময়বা হাইহে কয়না ত্বেকেটনা  
হেক হেক কোইশিন্দুনা হাপচরি । লাইরিক অসি য়েংবিবদা  
কনাগুয়না হাখু হাখু কোঙখিবদনী লাইরিক অসিদা লেখিবা  
হাপাগী দোব, অইবগী কুল অমদি অঙাংগিগী খঙবদা হেয়া  
লায়না খোকদবা মও করিগুয়া য়েংনবিহুনা তাকপৌরকবদি য়ায়া  
মুঙাইজগনি । লাইরিক অসি পারগা অঙাংগিগী জ্যামিতি  
খরদং খঙবা হেংগংলবদি ঐগী নোমজমল মইহে য়ায়ে হায়না  
নিজগনি ।

লাইরিক অসি ইজখিবদা শ্রীমীনকেতনসিংহ অমন্তং য়াজকুমার  
শ্রীশীতলজিৎসিংহনা মমল য়ায়েবা পাওভারুচিবা পৌবিত্বিগী  
দমক্তা ঐনা উক্ত ভাষালোক অনিগী লম্বন ভোজরবনি । ইতি ।—

শ্রীঅনৌসিংহ ।

নিঃশিঃজবা ।

১। সম্পাদ্যগী নৈননবা হাংগী পাওখুমনি অহানবা  
খরগী য়েংজবা চাপা নম্বদা “অঃ উঃ হিঃ” খর ভেজিনখে ।

২। লামাই ১১২ গী চিত্রনা কৰ্ণ অনিগী কৰুৰুমা ট  
খাৰিবহু হেজিনথে।

### হিব্রুগী লামাই

মৈতলোনগী স্কুল জ্যামিতিগী নৈননবা বাহংগী পাওখুম  
য়েননবদি লাইবিক অসিগী লামাই খুদিংমক্তা ইচ্চনা লৈরে ;  
ইংরেজীগী স্কুল জ্যামিতিগী নৈননবা বাহংগী পাওখুম য়েংননবগী  
দমক্তা মথাগী অসি গীরি।

Exercises	on page 13	...	লামাই	২
"	" " 15	...	"	১০
"	" " 19	...	"	১৫
"	" " 21	...	"	২২
"	" " 26	...	"	২৬
"	" " 29	....	"	৩৮
"	" " 34	...	"	৪৩
"	" " 41	...	"	৫৭
"	" " 43	....	"	৭২
"	" " 47	...	"	৮০
"	" " 49	...	"	৯৫
"	" " 59	...	"	১০৬
"	" pages 60-61	....	"	১১৩
"	" " 64-65	....	"	১৩৮
"	" page 79	....	"	১৬৬
"	" " 85	...	"	১৭৩
"	" " 89	....	"	১৮৭
"	" pages 94-95	....	"	১৯৯
"	" page 98	....	"	২৩০

# কম্পনাদগী থোকপা নৈননবা বাহংগী জ্যামিতিগী পাওখুম

---

অহানবা শব্দক

পাওখুমশিং অসি পাবদা মথাগী খুদমশিং অসি খঙ-  
গদবা ওই।

১। = খুদম অসিনা খঙনবদি মাসিগী ওইদা অমসুং  
য়েস্তা লৈবা কাংলুপ অনি অহু মার্নৈ হায়বনি।

২। > খুদম অসিনা খঙনবদি মাসিগী ওইদা লৈবা  
কাংলুপনা য়েস্তা লৈবা কাংলুপগী হেন্না চাওই হায়বনি।

৩। < খুদম অসিনা খঙনবদি মাসিগী ওইদা লৈবা কাং-  
লুপনা য়েস্তা লৈবা কাংলুপগী হেন্না পিকই হায়বনি।



( জামাই ১৬-১৭ )

১। বাহু—মখালা ইরিবা কোণাং অসিগী পরিপূরক  
পুথোকউ:—

$\frac{১}{২}$  সমকোণ;  $\frac{১}{৩}$  সমকোণ;  $৪৬^\circ$ ;  $১৪২^\circ$ ;  $৮৩^\circ$ ;  $১০১^\circ ১৫'$ ।

পাওখুম— $\frac{১}{২}$  সমকোণ =  $\frac{১}{২} \times ২০^\circ = ১০^\circ$ ।

$\therefore ৪৫^\circ$  গী পরিপূরক ওইবা কোণ =  $১৮০^\circ - ৪৫^\circ$   
=  $১৩৫^\circ$ ।

$\frac{১}{৩}$  সমকোণ =  $\frac{১}{৩} \times ২০^\circ = ১২^\circ$ ।

$\therefore ১২^\circ$  গী পরিপূরক ওইবা কোণ =  $১৮০^\circ - ১২^\circ$   
=  $১৬৮^\circ$ ।

$৪৬^\circ$  কী পরিপূরক ওইবা কোণ =  $১৮০^\circ - ৪৬^\circ$   
=  $১৩৪^\circ$ ।

$১৪২^\circ$  গী পরিপূরক ওইবা কোণ =  $১৮০^\circ - ১৪২^\circ$   
=  $৩৮^\circ$ ।

$৮৩^\circ$  গী পরিপূরক ওইবা কোণ =  $১৮০^\circ - ৮৩^\circ = ৯৭^\circ$ ।

$১০১^\circ ১৫'$  গী পরিপূরক ওইবা কোণ  
=  $১৮০^\circ - ১০১^\circ ১৫' = ৭৮^\circ ৪৫'$ ।

২। বাহু—মখালা ইরিবা কোণাং অসিগী অমুপূরক  
পুথোকউ:—

$\frac{১}{২}$  সমকোণ;  $২৭^\circ$ ;  $৩৮^\circ ১৬'$  অমুপূরক  $৩১^\circ ২২' ৩০''$ ।

পাওখুম— $\frac{১}{২}$  সমকোণ =  $\frac{১}{২} \times ২০^\circ = ১০^\circ$ ।

$৩৬^\circ$  গী অমুপূরক ওইবা কোণ =  $২০^\circ - ৩৬^\circ = ১৬^\circ$ ।

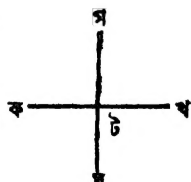
২৭°গী অনুপূৰক ওইবা কোণ =  $২০^{\circ} - ২৭^{\circ} = ৬৩^{\circ}$ ।

৩৮°১৬'কী অনুপূৰক ওইবা কোণ =  $২০^{\circ} - ৩৮^{\circ}১৬'$   
=  $৫১^{\circ}৪৪'$ ।

৪১°২৪'৩০" গী অনুপূৰক ওইবা কোণ =  $২০^{\circ} -$   
 $৪১^{\circ}২৪'৩০" = ৪৮^{\circ}৩০'৩০"$ ।

৩। বাহু—লৈই অচুহা অনি ককৰংনরঙ্গা খোকণা কোণ  
মরি অচুগী মরক্তা কোণ অমনা সমকোণ ওটরবদি লেমহোবা  
কোণ অহম অচুগী কোণ খুদিংমকনু সমকোণ অমমমনি হানুবা  
প্রমাণ তো।

পাণ্ডুৰ—কথ অমমুং গঘ লৈই অচুহা  
অনিৰা ট বিন্দুনা কটগ, গটখ, খটঘ অমমুং  
ঘটক কোণ মরি অসি থোকুবা ককবদা কটগ  
কোণ অসি সমকোণ ওটরে।



গটখ, খটঘ অমমুং ঘটক কোণ অহম অসিগী খুদিংনা  
সমকোণ অমমমনি হানুবহু প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—গট গা কথ গা ট বিন্দুনা তিহুদুনা কটগ অমমুং গটখ  
হানুবা জাইনবা কোণ অনি অসি থেকলে ;

∴ কটগ  $\angle$  + গটখ  $\angle$  = সমকোণ অনি। ( ১ বা উঃ )।

ভোইগুহুং কটগ  $\angle$  = সমকোণ অমা। ( দীৰ্ঘ বহুংইয়া )

∴ অহানবগী মানুবা রাশীনিংদগী অকোনবগী মানুবা  
রাশীনিং অসি থানদোকলগা লৈহোৱিবা

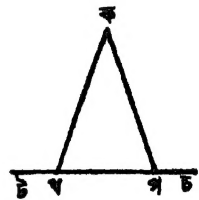
গটখ  $\angle$  = সমকোণ অমা।

মতো অম্মম ভোহুনা লেমহোরিবা খটখ, ঘটক কোণ অনি অসিসু সমকোণ অমমমনি হায়বা প্রমাণ তোবা মাই ।

অ: উ: হি: ।

৪। হাহং—কখগ ত্রিভুজগী কখগ, কগখ কোণ অনি অসি মাই । খগ বাহুবু মাইকৈ অনিমজ্জা খাংদোকহল্লগা থোকপা মপানগী কোণ অনি অহু অমগা অমগা মাই হায়বা ভাকউ ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী কখগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$ , অমম্মং খগ বাহুবু মাইকৈ অনিমজ্জা ট অমম্মং চ বিন্দুনা খাংদোকপনা কখট অমম্মং কগচ হায়বা মপানগী কোণ অনি অসি থোকলে ।



কখট  $\angle$  = কগচ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কখ গা টগ গা খ বিন্দুনা তিল্লহুনা কখট অমম্মং কখগ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কখট  $\angle$  + কখগ  $\angle$  = সমকোণ অনি । ( ১ বা উ: ) ।

মতো অম্মম্মা কগচ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  = সমকোণ অনি ।

∴ কখট  $\angle$  + কখগ  $\angle$  = কগচ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  ।

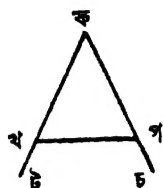
তোইগুম্মম্মং, কখগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$  । ( পীবগী মতুইয়া ) ।

মথকী মাম্বা রাশীশিংদগী মথাগী মাম্বা রাশীশিং অসি খায়দোক্লগা লেমহোবা কখট  $\angle$  = কগচ  $\angle$  ।

অ: উ: হি: ।

৫। বাহু—কথগ ত্রিভুজগী কথগ, কগথ কোণ অনি অসি মাইনৈ । কথ অমসুং কগ বাহু অনি অসি ভূমিগী মপান্না শাংদোক-হনবদা থোকপা মপানগী কোণ অনি অহু মাইনৈ হায়বা তাকউ ।

পাওথুম—কথগ ত্রিভুজগী কথগ  $\angle$   
 = কগথ  $\angle$ , অমসুং কথ, কগ বাহু অনিবু  
 থগ ভূমিগী রাংমদা মথংশিন্না ট অমসুং চ  
 বিন্দুদা শাংদোকপদ টথগ, চগথ হায়বা মপান-  
 গী কোণ অনি অসি থে'কলে ।



টথগ  $\angle$  = চগথ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কট গা গথ গ খ বিন্দুদা তিন্নহুনা কথগ, টথগ হায়বা  
 তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কথগ  $\angle$  + টথগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি । ( ১ বা উঃ ) ।

মতৌ অহুয়া কগথ  $\angle$  + চগথ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ।

∴ কথগ  $\angle$  + টথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  + চগথ  $\angle$  ।

তোইগুসুসুং, কথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  । ( পীবগ মতুং ইয়া ) ।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসিদগী মথাগী মান্নবা রাশীশিং অসি  
 খায়দোকগা লেমহোবা

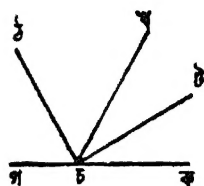
টথগ  $\angle$  = চগথ  $\angle$  ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহু—লৈই অচুস্বা অনিনা তিন্নরগা থোকপা নক্কা  
 কোণ অনি অহুগী তছাই তানা খায়বা লৈই অনি অহুগী মরক্তা  
 লৈবা কোণ অহু সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ ভো, হায়বদি

করিগুস্থা কোণ অমগী মমুং থংবা অমমুং মপানথংবা তছাই তানা  
খায়বা লৈই অনি অদু অমনা অমগী লম্বনি হায়বা তাকউ ।

পাণ্ডথুম—টচ, ঠচ না খচ গা কগ গা  
চ বিন্দুদা তিম্বদুনা থোকলিবা তাইনবা  
কচথ অমমুং গচথ কোণ অনি অসিবু  
মথংশিনা তছাই তানা খায়দোকই,  
হায়বদি চট অমমুং চঠ অনি অসি কচথ



কোণবু মমুংদা অমমুং মপান্দা চপমামনা খায়দোকপা লৈই অচুস্থা  
অনিনি ।

টচঠ কোণ অসি সমকোণনি, হায়বদি চট অমমুং চট  
অনি অসি অমনা অমগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—খচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিম্বদুনা কচথ, গচথ হায়বা  
তাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কচথ  $\angle$  + গচথ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি । (১ বা উঃ) ।

মাম্ববা রাশীশিং অসিবু ২না য়েনথোক্লগা

ই কচথ  $\angle$  + ই গচথ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

অদুগা টচথ  $\angle$  = ই কচথ  $\angle$ , (পীৰগী মতুং ইমা) ।

অমমুং ঠচথ  $\angle$  = ই গচথ  $\angle$  । (বরম অহমক্লা) ।

মথকী মাম্ববা রাশীশিংগা মথাগী মাম্ববা রাশীশিংগা তিম্ব-  
শিল্লগা ।

টচথ  $\angle$  + ঠচথ  $\angle$  = ই কচথ  $\angle$  + ই গচথ  $\angle$   
= সম  $\angle$  অমা ।

ভৌইগুহুং টেখ  $\angle +$  ঠেখ  $\angle =$  টেঠ  $\angle$  ;

( চিত্রগী মতুং ইয়া ) ।

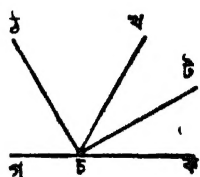
$\therefore$  টেঠ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা,

হায়বদি চট অমহুং চঠ অনি অসি অমনা অমগী লম্বনি ।

অ: উ: হি: ।

৭। বাহুং—মথক্কা পীরিবা চিত্রনা কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনুপূরক ওই হাবা তাকউ ।

পাণ্ডুখ—নাকলদা য়েক্কা চিত্র অসিদা টে. ঠে লেই অনি অসি কচখ কোণগী মথ:শিং মমুং অমহুং মপানথংবা তখাই তানা খায়বা লেইনি ।



কচট, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অনুপূরক ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—খচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিন্নতুনা কচখ, গচখ হায়বা ভাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

$\therefore$  কচখ  $\angle +$  গচখ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি । ( ১বা উ: ) ।

মথকী মাম্ববা রাশীশিং অসিবু ২না য়েলগা

$\frac{১}{২}$  কচখ  $\angle + \frac{১}{২}$  গচখ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

অত্কা কচট  $\angle = \frac{১}{২}$  কচখ  $\angle$ , ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

অমহুং গচঠ  $\angle = \frac{১}{২}$  গচখ  $\angle$  ; ( মরম অহমক্কা ) ।

$\therefore$  মথকী মাম্ববা রাশীশিং অসি তিন্নশিন্নগা

$$\text{কচট } \angle + \text{গচট } \angle = \frac{1}{2} \text{ কচখ } \angle + \frac{1}{2} \text{ গচখ } \angle \\ = \text{সম } \angle \text{ অমা ।}$$

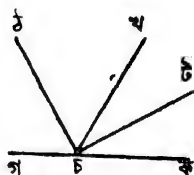
∴ কচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী অল্পপূরক ওই ।

( সংজ্ঞা ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৮। বাহং—খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক, অছগা কচট, খচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই হায়বা ভাকউ ।

পাওথুগ—নাকলদ য়েক্ৰিবা চিত্রদা টচ, ঠচ লৈই অনি অসি কচখ কোণগী মথংশিনা মছুং অমস্তুং মপানথংবা তজ্জাই, তানা খায়বা লৈইনি ।



(১) খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক, অমস্তুং (২) কচট, খচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই হায়বা প্রমাণ ভৌগদনি ।

প্রমাণ—( ১ ) টচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিরছুনা কচট, গচট হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি ধোক্লে ;

$$\therefore \text{কচট } \angle + \text{গচট } \angle = \text{সম } \angle \text{ অনি ।} \quad ( ১ \text{ বা উঃ } ) ।$$

তোইগুমস্তুং, খচট  $\angle = \text{কচট } \angle$  ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$$\therefore \text{খচট } \angle + \text{গচট } \angle = \text{সম } \angle \text{ অনি ।}$$

∴ খচট, গচট কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক ওই ।

( সংজ্ঞা ) ।

(২) ঠচ গা কগ গা চ বিন্দুদা তিনতুন কচঠ, গচঠ  
হায়বা ডাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কচঠ  $\angle$  + গচঠ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি । ( ১ বা উঃ ) ।

তৌইগুন্সুং, খচঠ  $\angle$  = গচঠ  $\angle$  ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

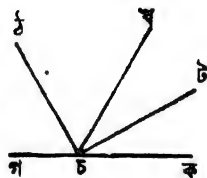
∴ কচঠ  $\angle$  + খচঠ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ।

∴ কচঠ, খচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী পরিপূরক  
ওই । ( সংজ্ঞা ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৯। বাহুং—কচথ . কাগনা ৩৫ ওইরবদি গচঠ কোণ অসি  
ডিগ্রি কয়ানো ?

পাণ্ডুখ—নাকলদা যেক্রিবা চিত্রদা  
টচ, ঠচ লৈই অনি অসি মথংশিৎনা কচথ  
কোণগী মনুং অমনুং মপানথংবা তজ্জাই  
তানা খায়বা লৈইনি ।



গচঠ কোণগী ডিগ্রি পুথোকদবনি ( প্রমাণনা ) ।

প্রমাণ—কচঠ  $\angle$  + গচঠ  $\angle$  = সম  $\angle$  , ( মথকৌ ৭তবা বাহুং )

হায়বদি কচঠ, গচঠ কোণ অনি অসি অমনা অমগী অমু-  
পূরকনি ।

তৌইগুন্সুং কচঠ  $\angle$  = ২ কচথ  $\angle$  = ২  $\times$  ৩৫° = ৭০° ।

∴ গচঠ  $\angle$  = ১৮০° - ৭০° = ১১০° ।

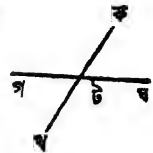
অঃ উঃ হিঃ ।



( স্নাআই ১২-২০ )

৫। বাহং—কথ লৈই অচুস্কা ট বিন্দুদগী মহাকী নাকল অনিমন্তা টগ, টঘ লৈই অচুস্কা অনি চিংলগা গটখ কোণ কটঘ কোণগা মাম্মরবদি টগ, টঘ লৈই অচুস্কা অমতনি হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডথুম—কথ গী মনুংদা লৈবা ট বিন্দুদগী মহাকী নাকল অনিমন্তা টগ, টঘ লৈই অচুস্কা অনি অসি চিংবদা গটখ কোণগা কটঘ কোণগা মাম্মৈ।



টগ, টঘ অনি অসি লৈই অচুস্কা অমন্তগী অনুংদা লৈ হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

প্রমাণ—গট্ গা কথ গা ট বিন্দুদা তিল্লুচুনা কটগ, গটখ হায়বা তাইনমা কে'ণ অনি অসি থোকলে ;

∴ কটগ  $\angle$  + গটখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি। ( ১ বা উঃ )।

তোই গুদুস্কা কটঘ  $\angle$  = গটখ  $\angle$ । ( পাবগী মতুং ইয়া )।

∴ কটগ  $\angle$  + কটঘ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি।

হৌজিক্তি কট লৈইগী ট বিন্দুদা গট অমন্তুং ঘট লৈই অচুস্কা অনিনা কট গী নাকল অনিদগী লাকুনা উনরবদা থোক্রিবা নরুবা।

কটগ  $\angle$  + কটঘ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ;

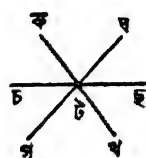
∴ টগ অমন্তুং টঘ অনি অসি লৈই অচুস্কা অমন্তদা লৈ।

( ২ শুবা উঃ )।

অঃ উঃ হিঃ।

৬। বাহু—কখ, গঘ লৈই অচুয়া অনি ট বিন্দুনা অমগা অমগা কৰুৱে। টছ লৈইনা খটঘ কে'গী তছাই তানা খায়বা লৈই ওইৱবদি, জাংদোকহন্দুনা খাকপা টছ লৈইনা কটগ কোণী তছাই তানা খ'য়বা লৈইনি হায়বা প্ৰমাণ তো।

পাঠ্যম—কখ, গঘ লৈই অচুয়া অনি ট বিন্দুনা কৰুৱনা পোন্ধ্ৰা খটঘ কোণবু টছ না তছাই তানা খায়দোকলে, অমসুং ছট বু চ বিন্দু ফাওব' জাংদোকহন্দে।



টচ না কটগ কোণবু তছাই তানা খায়দোকই, হায়বদি কটচ, গটচ কোণ অনি অসি মামৈ হায়বা প্ৰমাণ ভোগদবনি।

প্ৰমাণ—কখ, চছ অনি অসি ট বিন্দুনা কৰুৱে ;

$$\therefore \text{ছটখ } \angle = \text{কটচ } \angle \quad (\text{ওহবা উঃ})।$$

$$\text{মতো অসুমা ছটঘ } \angle = \text{টচ } \angle।$$

$$\text{ভোইগুসসুং, ছটখ } \angle = \text{ছটঘ } \angle \quad (\text{পীবগী মভুং ইয়া})।$$

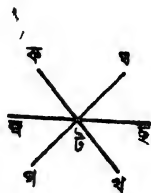
$$\therefore \text{কটচ } \angle = \text{গটচ } \angle,$$

হায়বদি টচ না কটগ কোণবু তছাই তানা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৭। বাহু—কখ, গঘ লৈই অচুয়া অনি অসি ট বিন্দুনা অমগা অমগা কৰুৱে। টছ অমসুং টজ লৈই অনি অসি মখংশিৎনা খটঘ অমসুং কটগ কোণী তছাই তানা খায়বা লৈই ওইৱবদি মখোই অসি লৈই অচুয়া অমতদা লৈগনি হায়বা প্ৰমাণ তো।

পাওথুম—কথ, গঘ লৈই অচুয়া অনিনা  
ট বিন্দুদা কক্ৰবদা থোক্ৰিবা খটঘ অমসুং কটগ  
কোণবু মথংশিনা টছ অমসুং টজ না তজাই  
তানা থায়দোকই।



টছ অমসুং টজ অনি অসি লৈই অচুয়া অমতা ওইগনি  
হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কথ গা গঘ গা ট বিন্দুদা কক্ৰে ;

$\therefore$  কটগ  $\angle$  = খটঘ প্রতীপ  $\angle$ । (ঃগুব উঃ।

অচুগা কটজ  $\angle$  = ১ কটগ  $\angle$ , (পাঁবগ মতুং ইয়া)।

অমসুং খটছ  $\angle$  = ২ খটঘ  $\angle$  ; (মবম অচুমক্কা)।

$\therefore$  কটজ  $\angle$  = খটছ  $\angle$ ।

অমুক ইয়া, ছট গা কথ গা ট বিন্দুদা তিল্লতুনা কটছ অমসুং  
খটছ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি থোক্ৰি ;

$\therefore$  কটছ  $\angle$  + খটছ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি। (১বা উঃ)।

তৌইগুমসুং কটজ  $\angle$  = খটছ  $\angle$  ; (প্রমাণ তোথ্বে)।

$\therefore$  কটছ  $\angle$  + কটজ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি।

হোজিক্ৰি কট লৈই অচুমগী ট বিন্দুদা ছট অমসুং জট  
লৈই অচুয়া অনিনা কট গী নাকল অনিদগী লাক্ৰুনা উনরবদা  
থোক্ৰিবা নক্ৰবা

কটছ  $\angle$  + কটজ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ;

$\therefore$  টছ অমসুং টজ লৈই অনি অসি লৈই অচুয়া অমতা  
ওইগনি। (২গুব উঃ)।

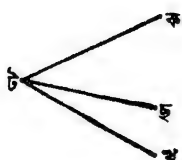
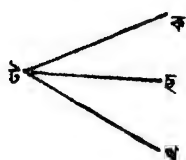
অঃ উঃ হিঃ।

৮। বাহু—টছ লৈই অহুশনা কটখ কোণবু অনি থোকা চপমামনা খায়দোকলে অহু ওইরবদি কোণ অহুগী চিত্র অহু টছ লৈইগী মতুং ইমা থুপ্পদা টক বাহু টখ বাহুগা তিল্লগনি হায়বা তাকট।

( ১ ) কটছ কেং অসিনা ছটখ কোণদগী হেমা চাওরবা,

( ২ ) বটছ কোণনা ছটখ কোণদগী হেমা পিকপা ওই-রবদি টখ গা য়েংবদা টক অসি কদাইদা লৈগদগে ?

পাণ্ডুম—কটখ কোণবু টছ না অনি থোকা চপমামনা খায়দোকই।



(১)

(২)

চিত্রবু টছ মতুং ইমা থুপ্পদা টক বাহু টখ বাহুগা তিল্লগনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

প্রমাণ—কটছ  $\angle =$  ছটখ  $\angle$  ; ( পীবগী মতুং ইমা )।

$\therefore$  চিত্রবু টছ গী মতুং ইমা থুপ্পদা টক বাহু টখ বাহুগা লোমগনি।

( ১ ) চিত্র (১) দা কটখ কোণ টছ না খায়দোকপদা কটছ কোণনা ছটখ কোণদগী হেমা চাওই ;

$\therefore$  চিত্র (১) বু টছ গী মতুং ইমা থুপ্পদা টক বাহুনা টখ বাহুগী বাহুদা অহুগা ছটখ কোণগী মপান্দা তাগনি।

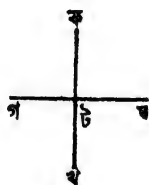
(২) চিত্র (২) দা কটখ কোণবু টছ না খায়দোকপদা কটছ  
কোণনা ছটখ কোণদগী ছেমা পিকই ;  
∴ চিত্র (২) বু টছ গী মতুং ইমা থুপদা টক না ছটখ  
কোণগী মতুংদা তাগনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৯। বাহং—কথ, গঘ লৈই অচুশ্বা অনি অমগা অমগা ট  
বিন্দুদা লম্ব ওইনা কররে ; হোজিক্তি কথ লৈই অচুশ্বগী মতুং ইমা  
থুপচিল্লবদি টগ লৈই টঘ লৈইগা তিন্নখিগনি হায়বা তাকউ ।

পাওথুম—কথ, গঘ লৈই অচুশ্বা অনিনা  
লম্ব ওইননা ট বিন্দুদা কররে ।

চিত্রবু কথ লৈইগী মতুং ইমা থুপদা  
টগ না টঘ গী মথক্তা তাগনি হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।



প্রমাণ—চিত্র অসি কথ লৈই অচুশ্বগী মতুং ইমা থুপচিল্লসি ।

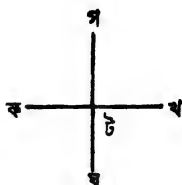
কটগ  $\angle$  = কটঘ  $\angle$  ; [ মথোই খুদিং সমকোণনি ] ।

∴ টগ না টঘ গী মথক্তা তাগনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১০। বাহং—চেগী মথক্তা কটখ হায়বা লৈই অচুশ্বা অমা  
চিংলগা টক লৈই অসি টখ লৈইগী মথক্তা তাননবা চে অচু থুপ-  
চিনবদা হায়রিবা লৈই অনি অসি পুমতিন তিন্নথে । হোজিক্তি  
চেগী থুপফম অচু কটখ লৈইগী লম্বনি হায়বা তাকউ ।

পাণ্ডুম—কটখ লৈই অচুয়া য়েক্ৰিবা  
চে অসি টক না টখ গী মথক্তা তাননবা  
থুপচিলে।



চেগী থুপফম অহু কটখ লৈইগী  
লম্বনি হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কটখ লৈই অচুয়া য়েক্ৰিবা চে অসি টক না টখ গী মথক্তা  
তাননবা থুপচিনবদা গটঘ অসি থুপফম অহুনি।

অহু ওইবদি, কটগ  $\angle =$  খটগ  $\angle$ ।

অহুগা গট লৈইগা কখ গা ট বিন্দুদা তিল্লতুনা কটগ, খটগ হায়বা  
ভাইনবা কোণ অনি অসি থোকলে ;

$\therefore$  কটগ  $\angle +$  খটগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি। (১৮ উঃ)।

$\therefore$  কটগ অমম্বং খটগ কোণ খুদিংমক সমকোণ অমমম  
ওইরে।

$\therefore$  গট হায়বদি গটঘ লৈই অসি কটখ লৈইদা লম্ব ওই,  
হায়বদি চেগী থুপফম অহু কটখ লৈইদা লম্ব ওই।

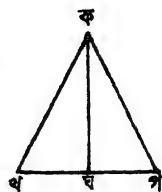
অঃ উঃ হিঃ।

( লামাই ২৫—২৬ )

১। সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী মতোনগী কোণবু অনি থোকা  
মাম্না খায়দোকপা লৈইনা (১) ত্রিভুজবু অনি থোকা মাম্না  
খায়দোকই, (২) ভুমিগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ ভো।

**পাওখুম—** কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী  
কখ = কগ, অমসুং কঘ না মতোংগী খকগ  
কোণবু অনিধোরা মান্ননা খায়দোকই ।

কঘ না (১) কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজবু অনি-  
থোরা মান্ননা খায়দোকই



অমসুং (২) খগ ভুমিদা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

**প্রমাণ—( : )** কখঘ, গকঘ ত্রিভুজগী

কখ = কগ, ( পীষগী মতুং ইয়া ) ।

কঘ মথোই অনিগী তিন্নবা বাছনি,

অমসুং মসুং খংবা খকঘ  $\angle$  = মসুং খংবা গকঘ  $\angle$  ;

( পীষগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাসৈ ।

( ৪ত্থা উঃ ) ।

$\therefore$  কঘ না কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজবু মান্ননা অনি থোরা  
খায়দোকই ।

( ২ ) কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক  
মাসৈ ; ( প্রমাণ ভোথে ) ।

$\therefore$  কখঘ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$  ।

মথোই অসি তাইনবা কোণনি ;

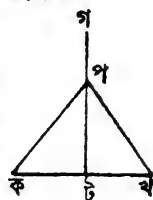
$\therefore$  কঘ অসি খগ দা লম্ব ওই ।

( সংজ্ঞা ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২। বাহু—ট অসি কথ লৈই অচুঙ্গী ময়ায়ংবা বিন্দুনি, অচুগা টগ না মচুগী লহুনি। টগ লহুগী মচুংদা লৌনিংবা মফম অমদা প হায়বা বিন্দু অসি লৌরবদি পক = পথ তাকট।

পাণ্ডুম— কথ গী ময়ায়গী বিন্দু ট দগী মঙোন্দা লহু ওইবা টগ চিলে, অমচুং টগ গী মচুংদা করিগুয়া প বিন্দু লৌরগা পক, পথ শমজিমরে।



পক = পথ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কটপ, খটপ ত্রিভুজগী

কট = খট, (পীৰগী মচুং ইরা)

টপ মথোই অনিগী তিন্নবা বাছনি,

অমচুং মচুং থংবা কটপ  $\angle$  = মচুং থংবা খটপ  $\angle$ ;

[ মথোই খুদিং সমকোণনি ]

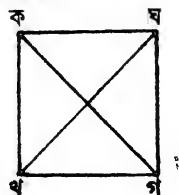
$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাত্ৰৈ। (৪ত্বা উঃ)।

$\therefore$  পক = পথ।

অঃ উঃ হিঃ।

৩। বাহু—সমচতুর্ভুজ (বর্গ ক্ষেত্র) গী বাছ মরিমক মাত্ৰৈ অমচুং কোণ মরিমক সমকোণনি ছায়না লৌরবদি কথগঘ সমচতুর্ভুজগী কগ, খঘ কর্ণ অনি মাত্ৰৈ হায়বা তাকট।

পাণ্ডুম— কথগঘ সমচতুর্ভুজগী বাছ মরিমক মাত্ৰৈ, অমচুং কোণ মরিমক সমকোণ-নি অচুগা কগ, খঘ কর্ণ শমজিমরে।



কগ = খঘ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।



**প্রমাণ—**কখগ, ঘগখ ত্রিভুজগী

কখ = ঘগ, ( পীৰগী মতুং ইল্লা ) ।

খগ মথোই অনিগী তিল্লবা বাহুনি,

অমসুং মজুং থংবা কখগ  $\angle$  = মসুং থংবা ঘগখ  $\angle$  ;

[ মথোই খুদিং সমকোণনি ]

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাত্ৰৈ । ( ৫৩বা উঃ ) ।

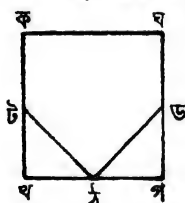
$\therefore$  কগ = খঘ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

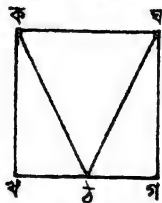
৪। বাহং—কখগঘ সমচতুর্ভুজগী ট, ঠ, ড অসি মথং-  
শিংনা কখ, খগ, গঘ বাহুশিং অসিগী ময়ায়গী বিন্দুনি,

(১) টঠ = ঠড । (২) কঠ = ঘঠ ।

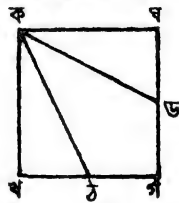
(৩) কঠ = কড । (৪) খড = ঘঠ । হায়বা প্রমাণ তোঁ ।



( ১ )

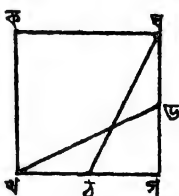


( ২ )



( ৩ )

**পাণ্ডথুম—**কখগঘ সমচতুর্ভুজগী ট, ঠ, ড অসি মথংশিংনা কখ, খগ, গঘ বাহুশিং অসিগী ময়ায়গী বিন্দুনি । চিত্র (১) দা টঠ অমসুং ঠড, চিত্র (২) দা কঠ অমসুং ঘঠ, চিত্র (৩) দা কঠ অমসুং কড অমসুং চিত্র (৪) দা খড অমসুং ঘঠ শমজিন্নরে ।



( ৪ )

চিত্র (১) দা টঠ = ঠড হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

( ১ ) প্রমাণ—ট না কথ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খট = ২ কথ ।

মতো অম্মু। গড = ২ গঘ ।

তোইগুম্মুং কথ = গঘ ; ( পীবগী মতুং ইমা ) ।

∴ খট = গড ।

অত্ৰুগা ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খঠ = ঠগ ।

হোজিক ঠখট, ঠগড ত্রিভুজগী

খট = গড, ( প্রমাণ তোথে ) ।

খঠ = ঠগ, ( ময়ম অহমক্কা ) ।

অমম্মুং মনুং থংবা টখঠ ∠ = মনুং থংবা ঠগড ∠ ;

[ মথোই খুদিং সমকোণনি ] ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্মক মাইমৈ । ( ৪৩বা উঃ ) ।

∴ টঠ = ঠড ।

চিত্র (২) দা কঠ = ঘঠ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

( ২ ) প্রমাণ—কখঠ, ঘগঠ, ত্রিভুজগী

কথ = ঘগ, ( পীবগী মতুং ইমা ) ।

খঠ = গঠ, ( প্রমাণ তোথে ) ।

অমম্মুং মনুং থংবা কখঠ ∠ = মনুং থংবা ঘগঠ ∠ ;

[ মথোই খুদিং সমকোণনি ]

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্মক মাইমৈ । ( ৪৩বা উঃ ) ।

∴ কঠ = ঘঠ ।

চিত্র (৩) দা কঠ = কড হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

( ৩ ) প্রমাণ—ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ ঋঠ = ২ খগ ।

মতো অসুন্না ঘড = ২ গঘ ।

তোইগুসুং খগ = গঘ ; ( পীবগী মতুং ইন্না ) ।

∴ ঋঠ = ঘড ।

হোজিক কখঠ, কঘড ত্রিভুজগী

কখ = কঘ, ( পীবগী মতুং ইন্না ) ।

খঠ = ঘড, ( প্রমাণ তোখে ) ।

অমসুং মসুং থংবা কখঠ  $\angle$  = মসুং থংবা কঘড  $\angle$  ;

[ মথোই খুদিং সমকোংনি ] ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাসৈ । ( ৪ত্বা উঃ ) ।

∴ কঠ = কড ।

চিত্র (৪) দা খড = ঘঠ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

( ৪ ) প্রমাণ—ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ গঠ = ২ খগ ।

মতো অসুন্না গড = ২ গঘ ।

তোইগুসুং খগ = গঘ ; ( পীবগী মতুং ইন্না ) ।

∴ গঠ = গড ।

হোজিক, খগড, ঘগঠ ত্রিভুজগী

খগ = গঘ,

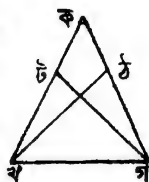
গঠ = গড, ( প্রমাণ তোখে ) ।

অমসুং মসুং খংবা ঠগড অসি মখোই অনিগী তিন্নবা কোণনি ;  
 $\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাইনৈ । ( ১৩৩বা উঃ ) ।  
 $\therefore$  খড = ঘট ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহু—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্ন মান্নবা কখ, কগ বাহু অনি অসিদগী মান্ন মান্নবা কট, কঠ শরুক কক্লে, অমসুং খঠ, গট শান্নরে । অহু ওইরবদি খঠ = গট প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্ন মান্নবা কখ, কগ বাহুদগী কট, কঠ হায়বা মান্নবা শরুক অনি অসি কক্লে, অমসুং খঠ, গট শান্নরে ।



খঠ = গট হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখঠ, কগট ত্রিভুজগী

কখ = কগ, ( পীবগী মতুং ইম্মা ) ।

কঠ = কট, ( মরম অহুমক্কা ) ।

অমসুং মসুং খংবা টকঠ অসি মখোই অনিমকী তিন্নবা কোণ ওইরে ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাইনৈ । ( ১৩৩বা উঃ ) ।

$\therefore$  খঠ = গট ।

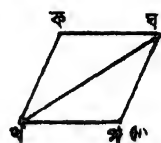
অঃ উঃ হিঃ ।

( সান্নাই ২৮ )

১। বাহং—কথগঘ চতুভুজগী বাহংশিং অহু মারৈ ; থঘ  
কর্ণ চিংহুনা

- (১) কথঘ কোণ = কঘথ কোণ ;
- (২) গথঘ কোণ = গঘথ কোণ ;
- (৩) কথগ কোণ = কঘগ কোণ হায়বা উৎলু ।

পাণ্ডথুম—বাহু পুন্নমক মাম্বা কথগঘ  
চতুভুজগী থঘ কর্ণ শমজিন্নরে ।



- (১) কথঘ  $\angle$  = কঘথ  $\angle$  ;
- (২) গথঘ  $\angle$  = গঘথ  $\angle$  ;
- (৩) কথগ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$  ; হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—(১) কথঘ ত্রিভুজগী

কথ = কঘ ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কথঘ  $\angle$  = কঘথ  $\angle$  । ( তেতা উঃ ) ।

(২) গথঘ ত্রিভুজগী

গথ = গঘ ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  গথঘ  $\angle$  = গঘথ  $\angle$  । ( তেতা উঃ ) ।

(৩) কথঘ  $\angle$  = কঘথ  $\angle$  , ( প্রমাণ ভোগে ) ।

অহুগা গথঘ  $\angle$  = গঘথ  $\angle$  ( মরম অহুমক ) ।

মথকী মাম্বা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

অপুনবা কথগ  $\angle$  = অপুনবা কঘগ  $\angle$  ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২। বাহু—খগ ভূমিগী নাকল অনিদা কখগ, ঘখগ সম-  
দ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে ; এশুবা উপপাত্তগী পাম্বৈনা কখঘ  
কোণ = কগঘ কোণ প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—খগ ভূমিগী নাকল অনিদা  
কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে।

কখঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ  
ভৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

$\therefore$  কখগ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$ । (এশুবা উঃ)।

মতৌ অহুমা, ঘখগ  $\angle$  = ঘগখ  $\angle$ ।

খেকী মাম মামবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

অপূনবা কখঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$ ।

অঃ উঃ হিঃ।

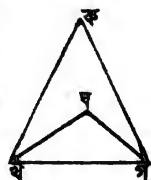
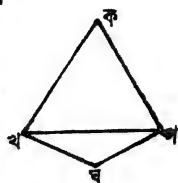
৩। বাহু—খগ ভূমিগী নাকল অমতদা কখগ, ঘখগ সম-  
দ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে ; এশুবা উপপাত্তগী পাম্বৈনা,  
কখঘ কোণ = কগঘ কোণ প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—খগ ভূমিগী নাকল অমতদা  
কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি য়েকলে।

কখঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ  
ভৌগদবনি।

প্রমাণ—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;



∴ কখগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$  । ( হেতুবা উঃ ) ।

মতৌ অন্তরা ঘখগ  $\angle$  = গঘখ  $\angle$  ।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অসি খায়দোকগ

কখঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$  ।

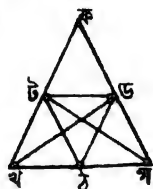
অঃ উঃ হিঃ ।

৪। বাহং—কখগ সমদ্বিমাছ ত্রিভুজগী কখ বাহু কগ  
বাহুগা মাত্রে অমসুং ট, ঠ, ড মথং শিংনা কখ, খগ গক বাহুগী  
ময়ায়থংবা বিন্দুনি,

(১) টঠ = ডঠ । (২) খড = গট ।

(৩) কটঠ কোণ = কডঠ কোণ প্রমাণ ভৌ ।

পাওখুম—কখগ সমদ্বিমাছ ত্রিভুজগী কখ,  
কগ মান্নবা বাহুনি ; ট, ঠ, ড মথং শিংনা কখ,  
খগ অমসুং গক বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি । টঠ,  
ঠড, খড অমসুং গট সমজিহ্নরে ।



(১) টঠ = ডঠ ;

(২) খড = গট ;

(৩) কটঠ  $\angle$  = কডঠ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

প্রমাণ—(১) ট না কখগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খট = ২ কখ ।

মতৌ অন্তরা গড = ২ কগ ।

ভৌইগুসুং কখ = কগ ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ খট = গড ।

অহুগা ঠ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

$\therefore$  খঠ = ঠগ ।

কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

$\therefore$  কখগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$ ,

হায়বদি টখঠ  $\angle$  = ডগঠ  $\angle$  ।

হৌজিক টখঠ, ডগঠ ত্রিভুজগী

খট = গড, ( প্রমাণ ভৌথ্বে ) ।

খঠ = ঠগ, ( মরম অহুমক্কা ) ।

অমসুং মসুং খংবা টখঠ  $\angle$  = মসুং খংবা ডগঠ  $\angle$  ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্লে । ( ৪শুবা উঃ ) ।

$\therefore$  টঠ = ডঠ ।

(২) ডখগ, টগখ ত্রিভুজগী

গড = খট, ( প্রমাণ ভৌথ্বে ) ।

খগ মখোই অনিমকী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মসুং খংবা ডগখ  $\angle$  = মসুং খংবা টখগ  $\angle$  ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্লে ।

$\therefore$  খড = গট ।

(৩) টড শমজিন্নো ।

ট না কখ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

$\therefore$  কট =  $\frac{১}{২}$  কখ ।

মভো অসুয়া কড =  $\frac{১}{২}$  কগ ।



তোইগুস্বস্বং কথ = কগ ;

∴ কট = কড ।

কটড ত্রিভুজগী

কট = কড ;

∴ কটড ∠ = কডট ∠ । ( শ্রেণী উঃ ) ।

অমুক টটড ত্রিভুজগী

টট = টড ; ( শ্রেণী উঃ ) ।

∴ টটড ∠ = টডট ∠ । ( শ্রেণী উঃ ) ।

∴ অহানবগী মাম্বা কোণগী রাশীশিংগা অপূনবগী মাম্বা

কোণগী রাশীশিংগা ত্রিভুজগী

অপূনবা কটট ∠ = অপূনবা কডট ∠ । কঃ উঃ হিঃ ।

( লোআই ৩৫-৩৬ )

১। বাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু অমস্বং  
ভূমিগী ময়্যগী বিন্দু শমজিম্বা লৈই অচুয়না

(১) মতোন থংবা কোণবু অনিথোক্রা মাম্বা খায়দোকই,  
অমস্বং (২) ভূমিগী লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওথুম—কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী  
মতোনগী বিন্দু ক গা থগ ভূমিগী ময়্যগী  
বিন্দু ঘ গা শমজিম্বা ।

(১) কঘ না থকগ ∠ বু তজ্জাই তানা  
খায়দোকই, হায়বদি

থকঘ ∠ = গকঘ ∠ ,



অমন্তঃ (২) কখ অসি খগ ভূমিমা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ  
ভোগবনি ।

প্রমাণ—(১) ঘ না খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ খঘ = ঘগ ।

অনুক, কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ।

হৌজিক কখঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

খঘ = ঘগ,

তমন্তঃ কখ মথোই অনিমকী ত্রিভুজ বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূনমক মাইল । ( ৩৩বা উঃ ) ।

∴ খকঘ ∠ = গকঘ ∠,

হায়নদি কঘ না মতোনগী খকগ কোণব তজ্জাই তানা খায়দোকই ।

(২) কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূনমক মাইল ;

( প্রমাণ তোখে, ) ।

∴ কখখ ∠ = কঘগ ∠ ।

মথোই অসি তাইনবা কোণ ঙাক্রি ;

∴ কখ অসি খগ দা লম্ব ওই । ( সংজ্ঞা )

অঃ উঃ হিঃ ।

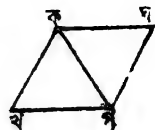
২। বাহু—কখঘ সমবাহু চতুর্ভুজনি, কগ কর্ণ চিহ্ননা

(১) কখগ কোণ = কঘগ কোণ ;

(২) কগ কর্ণ না খকঘ, খগঘ কোণ অনি অসিগী তজ্জাই

তানা খায়বা লৈইনি হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডথুম—কখগঘ সম্বাহ চতুর্ভুজনি,  
অমসুং কগ কর্ণ সমজিন্নরে।



(১) কখগ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$ ,

অমসুং (২) কগ না খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংবু মামনা খায়দোকই,  
হায়বদি খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$  অমসুং খগক  $\angle$  = ঘগক  $\angle$   
হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—(১) কখগ, কঘগ ত্রিভুজগী

কখ = কঘ, ( পীথগী মতুং ইয়া )।

খগ = ঘগ, ( মরম অহমক )।

অমসুং কগ মথোই অনিমকী অিন্নবা বাহনি ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাইয়ে। ( ৭ত্তবা ভে )।

$\therefore$  কখগ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$ ।

(২) কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাইয়ে .

( প্রমাণ ভোখে )।

$\therefore$  খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$ ,

অমসুং খগক  $\angle$  = ঘগক  $\angle$ ,

হায়বদি, কগ না খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংবু মামনা অনি  
থোরা খায়দোকই।

অ: উ: হি:।

৩। বাহং—কখগঘ চতুর্ভুজগী মায়োকরা বাহ পূন্নমক  
মামরবদি হায়বদি কখ = গঘ অমসুং কঘ = খগ, অহু ওইরবদি  
কোণ কঘগ = কখগ কোণ, প্রমাণ ভো।

পাণ্ডুম—কখগ ঘ চতুর্ভুজগী কখ = গঘ  
অমসুং কঘ = খগ।



কঘগ  $\angle$  = কখগ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কঘগ, কখগ ত্রিভুজগী

কখ = গঘ, ( পীথগী মতুং ইয়া )।

কঘ = খগ, ( মরম অহমক )।

অমসুং কগ মখোই অনিষ্টকী তিন্নবা বাহনি ;

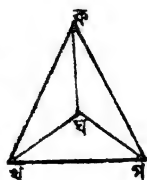
$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইনৈ। ( ৭ত্বা উঃ )।

$\therefore$  কঘগ  $\angle$  = কখগ  $\angle$ ।

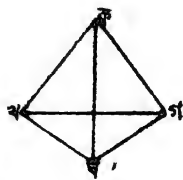
অঃ উঃ হিঃ।

৪। বাহুং—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসিমক খগ ভূমিগী মথক্কা লৈ। মখোই অসি ভূমিগী নাকল অমতদা নংত্রগা নাকল অনিমক্তা লৈবা যাই। হায়রিবা মফম অনি অসিমক্তা কখঘ কোণ = কগঘ কোণ হায়বা অসি [ ৭ত্বা উপ-পাণ্ডুম পাঠেনা ] প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—কখগ, ঘখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অনি অসি ভূমিগী চিত্র (১) দা নাকল অমতদা অমসুং চিত্র (২) দা নাকল অনিমক্তা য়েকলে।



(১)



(২)

চিত্র খুদিংদা কখঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

কঘ শমজিন্নৌ। ( চিত্র অনিমক্তা )।

প্রমাণ—কথঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কথ = কগ, ( পীৰণী যত্ন ইয়া ) ।

ঘথ = ঘগ, ( বরষ অহমক ) ।

অমন্তঃ কঘ মথোই অনিমকী ত্রিভুজ বাহুনি ;

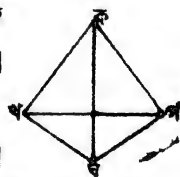
∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাত্রে । ( ১৩বা উঃ ) ।

∴ কথঘ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$  ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহুং—কথগ, ঘথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অনি অসি খগ ভূমিগী নাকল অনিদা লৈ ; কঘ শমজিন্নরগা মাছুনা খকগ, খঘগ কোণ অনি অসিবু অনিথোঁক্কা চপমাননা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডথুম—কথগ, ঘথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অনি অসি খগ ভূমিগী নাকল অনিমন্তা য়েক্কা কঘ শমজিন্নরে ।



কঘ না খকগ অমন্তঃ খঘগ কোণ

খুদিংবু অনিথোঁক্কা মাননা খায়দোকই, হায়বদি খকঘ  $\angle$  = গকঘ  $\angle$

অমন্তঃ খঘক  $\angle$  = গঘক  $\angle$  হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথঘ, কগঘ ত্রিভুজগী

কথ = কগ,

ঘথ = ঘগ,

অমন্তঃ কঘ মথোই অনিগী ত্রিভুজ বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাত্রে । ( ১৩বা উঃ ) ।

∴ খকঘ  $\angle$  = গকঘ  $\angle$ ,

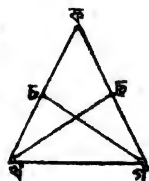
অমসুং খঘক  $\angle$  = গঘক  $\angle$ ,

হায়বদি কখ না খকগ অমসুং খঘগ কোণ খুঁদিংবু তত্খাই  
তানা খায়দোকই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহু—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভূমিগী অরোইবা মচিলগী  
বিন্দু অনিগা মখোইগী মায়োরুবা বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুগা  
শল্পহনবদা খোকপা লৈই অনি অহু অমগা অমগা মামৈ হায়বা  
প্রমাণ ভৌ ।

পাঠ্যথুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ  
ভূমিগী মচিলগী খ অমসুং গ বিন্দুগা কখ অমসুং  
কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু চ অমসুং ছ গা মখং-  
শিৎনা শমজিন্নরে ।



খছ = গচ হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

প্রমাণ—ছ না কগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ কছ = ১ কগ ।

মতৌ অসুয়া কচ = ১ কখ ।

তৌইওসুং কখ = কগ ; ( পীথগী মতুং ইমা ) ।

∴ কছ = কচ ।

হৌজিক কখছ, কগচ ত্রিভুজগী

কখ = কগ,

কছ = কচ, ( প্রমাণ ভৌখে ) ।

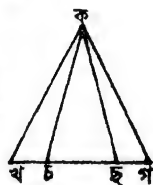
অমসুং মসুংখংবা চকছ অসি মখোই অনিগী তিন্নবা কোণনি ;  
 $\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্মক মাইমৈ । ( ৩৩৮ উঃ ) ।  
 $\therefore$  খছ = গচ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহং—সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী ভুমিগী আরোইবা মচিল  
 অনিদগী লাপ্লা চপ চপ মাম্মনা বিন্দু অনি লোরে, বিন্দু অনি অসি  
 ত্রিভুজগী মতোন্দগীসু লাপ্লা মাইমৈ হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডথুম—কথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী

খগ ভুমিগী আরোইবা মচিল খ অমসুং  
 গ দগী লাপ্লা মাম্মনা চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি  
 লোরে, হায়বদি খচ = গছ অমসুং কচ, কছ  
 শমজিন্নরে ।



চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি ক বিন্দুদগী লাপ্লা মাইমৈ,  
 হায়বদি কচ = কছ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী

কথ = কগ, ( পীবগী মতুং ইম্মা ) ।

$\therefore$  কথগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$ , ( ৩৩৮ উঃ ) ।

হায়বদি কখচ  $\angle$  = কগছ  $\angle$  ।

হোজিক কখচ, কগছ ত্রিভুজগী

কথ = কগ,

খচ = গছ, ( পীবগী মতুং ইম্মা )

অমসুং মসুংখংবা কখচ  $\angle$  = মসুংখংবা কগছ  $\angle$  ;

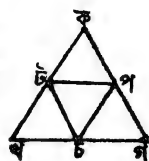
∴ ત્રિભુજ અનિ અસિ મળા પૂરુષક માટે । ( ૩૩વા ઉઃ ) ।

∴ કઠ = કહ,

હાલુવદિ ઇ અમરુ હ બિન્દુ અનિ અસિ ક નગી લાખા માટે ।  
અઃ ઉઃ હિઃ ।

૮ । રાહ—સમત્રિભુજગી રાહ અહમગી મર્યાગી બિન્દુ  
અહમ અહ શરૂહનુના થોકપા ત્રિભુજ અહમ સમત્રિભુજનિ હાલુવા  
પ્રમાણ થો ।

પાથશાસ્ત્ર—કથગ સમત્રિભુજગી ટ, ઇ અમરુ  
પ બિન્દુ અસિ મથાશિના કથ, થગ અમરુ ગક  
રાહગી મર્યાગી બિન્દુ ઠાક્રિ ; ટઇ, ઇપ અમરુ  
પટ શમજિરે ।



ટઇપ અસિ સમત્રિભુજનિ હાલુવા પ્રમાણ થોગદવનિ ।

પ્રમાણ—ટ ના કથગી મર્યાગી બિન્દુનિ ;

∴ ટઇ = ૩ કથ ।

મરો અમરુ ગપ = ૩ કગ ।

થોઈગુમરુ કથ = કગ ; ( પીવશી મરુ હમી ) ।

∴ ટઇ = ગપ ।

અહમગા ઇ ના થગ ગી મર્યાગી બિન્દુનિ ;

∴ ટઇ = ગઇ ।

અમુક કથગ સમત્રિભુજગી

કથ = કગ ;

∴ કથગ ∠ = કગથ ∠,

હાલુવદિ ટથઇ ∠ = પગઇ ∠ ।



হৌজিক টখচ, পগচ ত্রিভুজগী

খট = গপ, (প্রমাণ ভৌথে) ।

খচ = গচ, (মবম অহমক্কা) ।

অমসুং মসুংখংবা টখচ  $\angle$  = মসুংখংবা পগচ  $\angle$  ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মণা পূম্মক মামৈ । (৪৩বা উঃ)

$\therefore$  টচ = চপ ।

মতৌ অসুনা টচ = টপ হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ;

$\therefore$  টচ = চপ = টপ ।

$\therefore$  টচপ অসি সমত্রিভুজনি ।

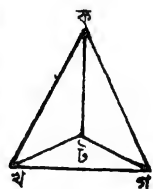
অঃ উঃ হিঃ :

৯। ষাংগী—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ = কগ ; খ অমসুং গ কোণ অসি খট অমসুং গট না অনিধোক্কা চপমামনা খাঘদোক্কে ; অহু ওইরবদি

(১) খট = গট ;

(২) কট না খকগ কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা লৈইনি হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাওখুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী কখ = কগ, অমসুং কখগ, কগখ কোণবু মথংশিংনা খট অমসুং গট না তজ্জাই তানা খায়দোক্কেই অমসুং কট সমজিগ্নরে ।



(১) খট = গট, অমসুং (২) কট না খকগ কোণবু তজ্জাই তানা খায়দোক্কেই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ - (১) কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

$$\text{কথ} = \text{কগ}$$

$$\therefore \text{কথগ} \angle = \text{কগথ} \angle \quad (\text{সেবা উঃ}) ।$$

$$\text{অমুং টথগ} \angle = \angle \text{কথগ} \angle \quad (\text{পীথগী মতুং ইয়া}) ।$$

$$\text{অমসুং টগথ} \angle = \angle \text{কগথ} \angle \quad (\text{মরম অত্রমক}) ।$$

$$\therefore \text{ইকুসুং কথগ} \angle = \text{কগথ} \angle \quad (\text{প্রমাণ তোথে}) ।$$

$$\therefore \text{টথগ} \angle = \text{টগথ} \angle ।$$

হৌজিক টথগ ত্রিভুজগী

$$\text{টথগ} \angle = \text{টগথ} \angle ;$$

$$\therefore \text{থট} = \text{গট} । \quad (\text{৩শবা উঃ}) ।$$

(২) কথট, কগট ত্রিভুজগী

$$\text{কথ} = \text{কগ},$$

$$\text{থট} = \text{গট}, \quad (\text{প্রমাণ তোথে}) ।$$

অমসুং কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহ্নি ;

$$\therefore \text{ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাস্নৈ} । \quad (\text{৭শবা উঃ}) ।$$

$$\therefore \text{খকট} \angle = \text{গকট} \angle ,$$

হায়বদি কট না থকগ কোণবু তজ্জাই তানা খায়দোকই ।

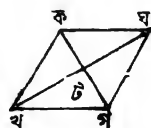
অঃ উঃ হিঃ ।

১০। বাহং—সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অত্র অমনা  
অমগী লন্থনি অমসুং তজ্জাই তানা খায়নৈ হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কথগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কগ,

খঘ কর্ণ অনি চিংবদা ট বিন্দুদা কররে ।

কগ, খঘ অনি অসি অমনা অমগী



লন্থনি অমসুং তজ্জাই তানা খায়দোকনৈ হায়বা প্রমাণ তোগদবনি ।

প্রমাণ—কথগ, কঘগ ত্রিভুজগী

কথ = কঘ, ( নীবগী মতুং ইম্মা ) ।

খগ = গঘ, ( মরম অহুমক্কা ) ।

অমসুং কগ মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইমৈ । ( ৭তবা উঃ ) ।

∴ খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$ ,

হায়বদি খকট  $\angle$  = ঘকট  $\angle$  ।

অমুক, খকট, ঘকট ত্রিভুজগী

কথ = কঘ,

কট মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি,

অমসুং মসুংথংবা খকট  $\angle$  = মসুংথংবা ঘকট  $\angle$  ;

( প্রমাণ ভোখে, ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইমৈ । ( ৮তবা উঃ ) ।

∴ খট = ঘট ।

মতো অসুম তোনা কট = গট হায়বা প্রমাণ ভোবা যাই ।

∴ কগ অমসুং খঘ অনি অসি অমনা অমবু অনি ধোঁক্কা  
মাম্মনা থায়দোকনৈ ।

অমুক হম্মা, খকট, ঘকট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক  
মাইমৈ ; ( প্রমাণ ভোখে, ) ।

∴ কটখ  $\angle$  = কটঘ  $\angle$  ।

মথোই অসি তাইনবা কোণ ঙাক্রি ;

∴ মথোই খুদিংমক সমকোণ অমমমনি । ( সংজ্ঞা ) ।

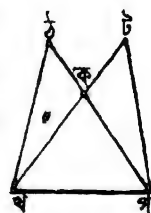
∴ কট অসি খঘ দা লম্ব ওই,

হায়বদি কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি অমনা অমগী লম্ব ওই।

অ: উ: হি:।

১১। বাহু—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মাল্ল মাল্লবা থক অমসুং গক বাহু অনি অসি ক মতোনগী মপান্দা ট অমসুং ঠ বিন্দু ফাওবা শাংদোকহল্লে। কট গা কঠ গা মাল্লনা লৌরবদি ঠখ, টগ মামৈ হায়বা তাকউ।

পাণ্ডুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মাল্লবা থক, গক বাহুবু ক বিন্দুগী মপান্দা মথংশিলে ট অমসুং ঠ বিন্দু ফাওবা কট, কঠ মাল্লবা শাংদোকহল্লে অমসুং ঠখ, টগ সমজিহরে।



ঠখ = টগ হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

প্রমাণ—কঠখ, কটগ ত্রিভুজগী

কখ = কগ, (পীৰক্ষী মতুং ইয়া)।

কঠ = কট, (মরম অহমক্লা)।

অমসুং মসুংখংবা থকঠ  $\angle$  = মসুংখংবা গকট  $\angle$  ;

(প্রতীপ কোণ ওইবনা)।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মামৈ। (ওতবা উ:)।

∴ ঠখ = টগ।

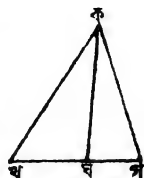
অ: উ: হি:।

( লোআই ২২ )

১। ঘাং—ক গা খগ ভুমিগী করিগুম্বা বিন্দু অমগা  
শমজিন্নরগা অহানবা অনুমাণ অতু প্রমাণ তো।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী ক গা খগ ভুমিগী  
মমুংদা লৈবা করিগুম্বা ঘ বিন্দুগা শমজিন্নর।

কখগ, কগখ .কাণ অনি অসিগী  
অপূনবনা সমকোণ অনিদিগী হেমা পিকই হায়বা  
প্রমাণ তোগদবনি।



প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী খঘ বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাং-  
দোকই ;

∴ মপানগী কঘগ  $\angle >$  মমুংগী লাপবা কখঘ  $\angle$ ,

হায়বদি কখগ  $\angle$ । ( ৮তবা উঃ )।

মতো অমুম্ন কগঘ ত্রিভুজগী

মপানগী কঘখ  $\angle >$  মমুংগী লাপবা কগঘ  $\angle$ ,

হায়বদি কগখ  $\angle$ । ( ৮তবা উঃ )।

মথকী কোণগী রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

কঘগ  $\angle +$  কঘখ  $\angle >$  কখগ  $\angle +$  কগখ  $\angle$ ।

তোইগুম্বমুং কঘ গা খগ গা ঘ বিন্দুদা তিন্নতুনা কঘগ,  
কঘখ হায়বা তাইনবা কোণ অনি অসি ধোকলে ;

∴ কঘগ  $\angle +$  কঘখ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি। ( ১৮তবা উঃ )।

∴ কখগ, কগখ কোণ অনি অসিগী অপূনবনা সমকোণ  
অনিদিগী হেমা পিকলে।

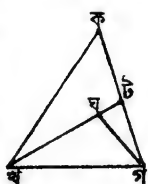
অঃ উঃ হিঃ।

২। বাহু—কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা ঘ অসি বিন্দু অমনি।  
খঘ অমসুং গঘ শমজিন্নরে। হোজিক্তি,

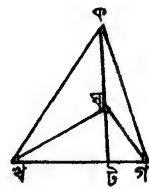
(১) খঘ বু কগ ফাওবা শাংদে কহল্লগা,

(২) কঘ শমজিন্নরগা, অমসুং মাতুবু ভূমিগী মাইকৈ-  
রোমদা শাংদোকহল্লগা খকগ কোণদগী খঘগ কোণনা  
হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভো।

পাণ্ডুখম—কখগ ত্রিভুজ-  
গী মনুংদা লৈবা ঘ করিগুস্বা  
বিন্দু অমনি; খঘ অমসুং গঘ  
শমজিন্নরে।



(১)



(২)

খঘগ কোণনা খকগ কোণদগী হেমা চাওই হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি।

চিত্র (১) দা খঘ বু শাংদোকহনবনা কগ বু ট বিন্দুদা উঠৈ।

প্রমাণ—কখট ত্রিভুজগী কট বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাং-  
দোকলি;

∴ মপানগী গটঘ  $\angle >$  মনুংগী লাপ্নবা খকট  $\angle$ ,  
হায়বদি খকগ  $\angle$ । (৮ত্বা উঃ)।

অমুক, গটঘ ত্রিভুজগী টঘ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাংদোকলি;

∴ মপানগী খঘগ  $\angle >$  মনুংগী লাপ্নবা গটঘ  $\angle$ ।  
(৮ত্বা উঃ)।

∴ খঘগ  $\angle >$  খকগ  $\angle$ ।

চিত্র (২) দা কঘ বু শাংদোকহনবনা খগ বু ট বিন্দুদা উঠৈ।

প্রমাণ—কথয় ত্রিভুজগী কথ বাহু অসি ট বিন্দু ফাওবা ঞাং-  
দোকলি ;

∴ মপানগী থঘট  $\angle >$  মমুংগী লাগুবা থকঘ  $\angle$  ।

(১৩বা উঃ)

মতো অমুগা গঘট  $\angle >$  গকঘ  $\angle$  ।

মথকী কোণগী রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

থঘট  $\angle +$  গঘট  $\angle >$  থকঘ  $\angle +$  গকঘ  $\angle$  ,

হায়বদি থঘগ  $\angle >$  থকগ  $\angle$  ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। বাহুং—ত্রিভুজগী বাহু অমা মাইকৈ অনিমজ্জা ঞাং-  
দোকহল্লগা ধোকপা মপানগী কোণ অনি তিন্নশিনবনা সমকোণ  
অনিদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাওথুম—কথগ ত্রিভুজগী থগ বাহুবু  
মাইকৈ অনিমজ্জা চ অমমুং ছ বিন্দুদা ঞাং-  
দোকহল্লে ।

মপানগী কথচ কোণ অমমুং কগছ কোণ চ থ  
অগুনবনা সমকোণ অনিদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভোগলবনি ।  
প্রমাণ—কথ গা চগ গা থ বিন্দুদা তিন্নজ্জনা তাইনবা কথচ, কথগ  
কোণ অনি অসি ধোকলে ;

∴ কথচ  $\angle +$  কথগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি । (১৪বা উঃ) ।

তৌইগুমমুং, কথগ ত্রিভুজগী থগ বাহু অসি ছ বিন্দু ফাওবা  
ঞাংদোকলি ;



∴ মপানগী কগছ  $\angle >$  মশুংগী লাগবা কথগ  $\angle$  ।

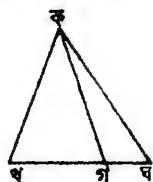
( ৩তম উঃ ) ।

∴ কথচ  $\angle +$  কগছ  $\angle >$  সম  $\angle$  অনি ।

অঃ উঃ হিঃ

৪। বাহু—করিগুয়া লৈই অচুয়া অমগী মপান্দা লৈবা করিগুয়া বিন্দু অমদগী লৈই অচু ফাওবা শাংবা চপ মাম্বা লৈই অচুয়া অনিদগী ছেমা চিংবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুখ—খঘ অপীবা লৈই অচুন্দা মপানগী ক বিন্দুদগী শাংবা মাম্বা কথ, কগ লৈই অচুয়া অনি চিংলে ।



ক দগী খঘ লৈই অচুন্দা কথ অমদি কগ গা শাংবা মাম্বা অচুমশুবা লৈই চিংবা য়ারোই হ'যবা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—য়াবদি কথ অমদি কগ গা শাংবা মাম্বা কঘ লৈই অচুয়া অসি ক দগী খঘ গী মথক্কা চিংসি ।

কথগ ত্রিভুজগী

কথ = কগ ;

∴ কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  । ( ৩তম উঃ ) ।

অমুক কথঘ ত্রিভুজগী

কথ = কঘ ;

( নিংবগী মতং ইয়া ) ।

∴ কথঘ  $\angle =$  কঘথ  $\angle$  , ( ৩তম উঃ ) ।

হায়বদি কথগ  $\angle =$  কঘগ  $\angle$  ।

∴ কগথ  $\angle =$  কঘগ  $\angle$  ।



তোইগুসসুং কঘগ ত্রিভুজগী ঘগ বাহুবু খ বিন্দু ফাওবা  
শাংদোক্লগা থোক্লিবা

মপানগী কগথ  $\angle >$  মনুংগী লাপ্নবা কঘগ  $\angle$  ।

(৮শুবা উঃ) ।

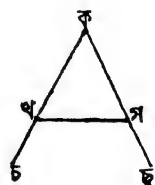
$\therefore$  কগথ  $\angle =$  কঘগ  $\angle$  হায়বসি ওইথোক্লে ।

$\therefore$  ক দর্শী কথ অমসুং কগ মান্নবা লৈই অচুয়া অনি  
অসিদর্শী হেনবা অছমশুবা মান্নবা লৈই অচুয়া অমা থঘ দা চিংবা  
য়াদে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। রাহং—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী মান্নবা বাহু অনি অদু  
শাংদোকহল্লগা থোকপা মপানগী কোণ খুদিংমক স্থূল কোণ ওই  
হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী  
মান্নবা কথ, কগ বাহু অনি অসি মথংশিংনা  
চ অমসুং ছ বিন্দু ফাওবা শাংদোকলে ।



চখগ, ছগথ কোণ খুদিংনা স্থূল  
কোণ ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী কথগ  $\angle +$  কগথ  $\angle <$  সম  $\angle$  অনি ।

(৮শুবা উঃ গী ১বা অমুমান) ।

অনুক কথগ ত্রিভুজগী

কথ = কগ ;

$\therefore$  কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  । (৯শুবা উঃ) ।

$\therefore$  কথগ, কগথ কোণ খুদিংনা সমকোণদর্শী হেনা পিকলে ।

অতঃগা কচ গা গখ গা খ বিন্দুনা তিন্নতুনা কখগ, চখগ  
হায়বা ভাইনবা কোণ অসি ষোকে ;

∴ কখগ  $\angle$  + চখগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অসি । ( ১ বা উঃ ) ।

তৌইগুম্বসং কখগ  $\angle$  < সম  $\angle$  অমা । ( প্রমাণ তৌথে ) ।

∴ চখগ  $\angle$  > সম  $\angle$  অমা,

হায়বদি চখগ  $\angle$  অসি স্থূল কোণ ওই ।

মগৌ অসুমা ছগখ  $\angle$  অসিস্থ স্থূল কোণ ওই হায়বা প্রমাণ  
তৌবা যাই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

( লামাই ৪৭—৪৯ )

১। বাহং—সমকোণী ত্রিভুজগী কর্ণনা খাইদগী হেন্না  
চাওবা বাহ্নি হায়বা প্রমাণ তৌ ।

পাণ্ডুম—কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী  
খকগ কোণ অসি সমকোণনি ।

খগ না খাইদগী হেন্না চাওবা

বাহ্নি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী

খকগ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  < সম  $\angle$  অসি । ( ৮ গুণা উঃ গী

১ বা অনুমান ) ।

তৌইগুম্বসং খকগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

( পীবর্গ মতুং ইমা ।

∴ কগখ  $\angle$  < সম  $\angle$  অমা ।

∴ খকগ  $\angle$  > কগখ  $\angle$  ।



## হৌজিক কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{খগ} \angle > \text{কগ} \angle ;$$

$$\therefore \text{খগ} > \text{কথ} । \quad ( \text{১০ত্বা উ:} ) ।$$

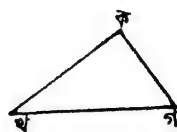
মতৌ অস্থয়া খগ বাহুনা কগ বাহুদগী হেমা চাওই হায়বা  
প্রমাণ ভোবা য়াই ।

$\therefore$  কথগ সমকোণী ত্রিভুজগী খগ কর্ণনা খুইদগী চাওবা বাহুনি ।  
ত: উ: '৩:' ।

২। বাহং—ত্রিভুজগী খুইদগী চাওবা বাহুনা ওতে'গ্না  
বাহুশিংগা লোইননা স্থস্থ কোণ ডাক থোকহল্লি হায়বা প্রমাণ  
ভৌ ।

পাওখুম—কথগ ত্রিভুজগী খগ না  
খুইদগী হেমা চাওবা বাহুনি ।

কথগ, কগখ কোণ খুদিংনা স্থস্থ  
কোণ ডাক্তা ওইগনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।



প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{খগ} > \text{কগ} ;$$

$$\therefore \text{খগ} \angle > \text{কথগ} \angle । \quad ( \text{১০ত্বা উ:} ) ।$$

$$\text{অদুগা } \text{খগ} \angle + \text{কথগ} \angle < \text{সম} \angle \text{ অনি ।} \quad ( \text{৮ত্বা উ: গী} )$$

বা অন্তর্যমান ) ।

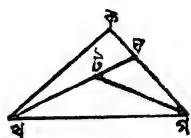
$$\therefore \text{কথগ} \angle < \text{সম} \angle \text{ অমা ।}$$

$$\therefore \text{কথগ অসি স্থস্থ কোণ ওই ।}$$

মতৌ অস্থয়া কগখ কোণ অসি স্থস্থ কোণ ওই হায়বা  
প্রমাণ ভোবা য়াই ।  
অ: উ: হি: ।

৩। বাহু—ত্রিভুজগী বাহু অমগী অরোইবা মচিল অনি-  
দগী ত্রিভুজ অহুগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমদা লৈই অচুয়া অনি  
চিংলবদি হায়রিবা লৈই অচুয়া অনি অহু তিনশিনবনা ত্রিভুজ  
অহুগী অতোপ্লা বাহু অনি অহুগী তিনশিনবদগী হেন্না পিকই  
হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—কখগ ত্রিভুজগী খগ ব'হুগী  
অরোইবা মচিল খ অমসুং গ দগী ত্রিভুজগী  
মনুংদা লৈবা করিগুয়া ট বিন্দুদ খট, গট  
লৈই অনি চিংলে।



খট, গট অনিগী অপূবনা খক, কগ অনিগী অপূবদগী  
হেন্না পিকই হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

খট শাংদোকপনা গক বু ঘ বিন্দুদ' উনহল্ল।

প্রমাণ—কখঘ ত্রিভুজগী

$$\text{খক} + \text{কঘ} > \text{খঘ}, \quad (১১ত্বা উঃ)।$$

$$\text{হায়বদি} \quad \text{খক} + \text{কঘ} > \text{খট} + \text{টঘ}।$$

অমুক, টঘগ ত্রিভুজগী

$$\text{টঘ} + \text{ঘগ} > \text{গট} \quad (১১ত্বা উঃ)।$$

অহানবগী রাষ্ট্রশিং অসিগা অকোনবগী রাষ্ট্রশিং অসিগা  
তিনশিল্লগা

$$\text{খক} + \text{কঘ} + \text{টঘ} + \text{ঘগ} > \text{খট} + \text{টঘ} + \text{গট}।$$

রাষ্ট্র অনিমন্তগী টঘ লৌথোকগা

$$\text{খক} + \text{কঘ} + \text{ঘগ} > \text{খট} + \text{গট},$$

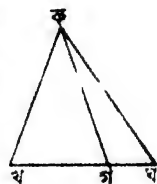
হায়বদি খক + কগ > খট + গট ।

অতোপ্পা রাহৈদা খট + গট < খক + কগ ।

অ: উ: হি: ।

৪। রাহং—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ ভূমিবু শাং-  
হননিংবা মথৈ শাংহন্দুনা ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোকহল্লবদি কঘ  
লৈইনা ত্রিভুজগী মানবা বাহু খুদিংমক্তগী হেল্লা চাওই হায়বা  
প্রমাণ তো।

পাওখুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ  
ভূমি অসি করিঙুয়া ঘ বিন্দু ফাওবা শাংদোক-  
হল্লৈ অমসুং কঘ শমজিন্নরে ।



কঘ না মানবা বাহু কখ অমদি কগ  
দগী হেল্লা চাওই হায়বা প্রমাণ .ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী ঘগ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাং-  
দোক্রি ;

∴ মপানগী কগখ ∠ > মসুংগী লাগবা কঘগ ∠ ,

( ৮ত্বা উ: ) ।

অমুক কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ । ( ৫ত্বা উ: ) ।

∴ কখগ ∠ > কঘগ ∠ ,

হায়বদি কখঘ ∠ > কঘখ ∠ ।

হৌজিক কখঘ ত্রিভুজগী

કથધ  $\angle >$  કઘધ  $\angle$  ;

$\therefore$  કઘ  $>$  કથ । ( ૧૦૩વા ઉઃ ) ।

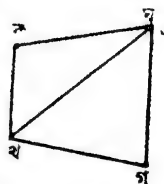
તોઈશ્વર્યઃ કથ = કગ ( પીંચક મટુ' હેમ્ ) ।

$\therefore$  કધ  $>$  કગ ।

અઃ ઉઃ િઃ ।

૫૧. વાહૃ—કરિશ્વર્ય ઇત્તુરુક અમી ચાઈનગી હેમ્  
પિકપા અમ્મુ ચાઈનગી હેમ્ ઇત્તુ વાહૃ અનિ અત્ત માયોરુવદિ,  
ચાઈનગી હેમ્ પિકપા વાહૃ નકુવા કોળ અનિ અત્ત મહાક  
મહાક માયોરુવા કોળનગી હેમ્ ઇત્તુ હાઈવા પ્રમા િતો ।

પાગુથુમ—કથગ ઇત્તુરુક ચાઈનગી  
ઇત્તુ ગધ વાહૃ ચાઈનગી પિકપા કથ  
વાહૃ માયોરુવદિ



કથગ કોળના કથગ કોળનગી અમ્મુ  
ચકધ કોળના ચકધ કોળનગી હેમ્ ઇત્તુ હાઈવા પ્રમા  
તોગદવનિ ।

ચક અમ્મુમો ।

પ્રમા—કથ ઇત્તુરુક

કધ  $>$  કથ ; [  $\therefore$  કથ ના ચાઈનગી પિકપા વાહૃ ]

$\therefore$  કથધ  $\angle >$  કઘધ  $\angle$  । ( ૧૦૩વા ઉઃ ) ।

અમુક હેમ્, ચક ઇત્તુરુક

ગધ  $>$  ચક ; [  $\therefore$  ગધ ના ચાઈનગી ઇત્તુ વાહૃ ]

$\therefore$  ગથધ  $\angle >$  ગઘધ  $\angle$  । ( ૧૦૩વા ઉઃ ) ।

অহানবগী কোণগী রাশীশিং অসিদা অকোনবগী কোণগী  
রাশীশিং অসি তিম্মশিল্লবদি

$$\text{কখঘ} \angle + \text{গখঘ} \angle > \text{কঘখ} \angle + \text{গঘখ} \angle,$$

$$\text{হায়বদি} \quad \text{কখগ} \angle > \text{কঘগ} \angle ।$$

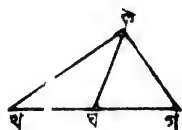
মতো অম্ম মতোদুনা কগ শমজিন্নরগা

$$\text{খকঘ} \angle > \text{খগঘ} \angle \text{ হায়বা প্রমাণ তোঁবা য়াই ।}$$

অ: উ: '০: ।

৬। বাহং—কখগ ত্রিভুজগী কগ বাহু কখ বাহুদগী হেমা  
চাওদে, ত্রিভুজ অহুগী মমুংদা ক মতোদুনাগী খগ ভুমি ফাওবা  
করিগুয়া লৈই অচুয়া অমা চিংলবদি মাদু কখ দগী হেমা চিংল  
হায়বা প্রমাণ তোঁ ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী কগ বাহুনা  
কখ বাহুদগী হেমা চাওদে, অমম্মং মতোদুনাগী  
বিন্দু ক দগী খগ ভুমিগী মমুংদা লৈবা  
করিগুয়া ঘ বিন্দুগা শমজিন্নরে ।



কঘ না কখ দগী হেমা পিকই হায়ব প্রমাণ তোঁগদবনি ।  
প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কগ না কখ দগী হেমা চাওদে ;

∴ কখগ কোণনা কগখ কোণদগী হেমা চাওদে ;

( ২ শ্বা উ: ) ।

হায়বদি কখঘ কোণনা কগঘ কোণদগী হেমা চাওদে ।

অমুক কগঘ ত্রিভুজগী গঘ বাহু অসি খ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি ;

∴ মপানগী কথখ  $\angle >$  মসুংগী লাগ্নবা কগঘ  $\angle$  ।

( ৮ত্বা উঃ ) ।

∴ কথখ  $\angle >$  কথঘ  $\angle$  ।

ছোজিক কথখ ত্রিভুজগী

কথখ  $\angle >$  কথঘ  $\angle$  ;

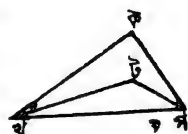
∴ কথ  $>$  কঘ,

হায়বদি কঘ  $<$  কথ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহুং—টখ, টগ লৈই অনি অসি কথগ, কগখ কোণ অনি অসিগী তছাই তানা খায়বা লৈইনি । কথ বালুনা কগ বালুদগী হেমা চ'ওরবদি, টখ লৈইনা টগ দগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কথগ ত্রিভুজগী টখ, টগ না কথগ, কগখ কোণ তছাই তানা খায়বা লৈইনি, অমসুং কথ না কগ দগী হেমা চাওই ।



টখ না টগ দগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

কথ না কগ দগী হেমা চাওই ;

∴ কগখ  $\angle >$  কথগ  $\angle$  ।

( ৯ত্বা উঃ ) ।

তোইগুয়সুং, টগখ  $\angle = \frac{1}{2}$  কগখ  $\angle$ ,

( পীথগী যতুং ইয়া ) ।

অমসুং টখগ  $\angle = \frac{1}{2}$  কথগ  $\angle$  ;

( মরম অদ্রমকা ) ।

∴ টগখ  $\angle >$  টখগ  $\angle$  ।



ছোজিক টখগ ত্রিভুজগী

টগখ  $\angle$  না টখগ  $\angle$  দগী হেমা চাওই ;

$\therefore$  টখ না টগ দগী হেমা চাওই ।

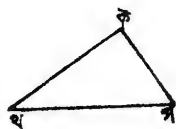
( ১০শ্ববা উঃ ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৮। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অনি খাইদোকুবনা অহমশুবা বাহুদগী হেমা পিকই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজ অমনি ।

কখগ ত্রিভুজগী বাহু অনি  
খাইদোকুবনা অহমশুবা বাহুদগী হেমা  
পিকই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।



কগ না খাইদগী পিকপা অমসুং খগ না খাইদগী চাওবা বাহু ওইবদি, খগ দগী কখ খাইদোকপনা কগ দগী হেমা পিকই হায়বা প্রমাণ তৌরগা অহু মড়াই ।

প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

কখ + কগ  $>$  খগ । ( ১১শ্ববা উঃ ) ।

নাকল অনিমুক্তগী কখ লৌথোকুবদি

কখ + কগ - কখ  $>$  খগ - কখ,

হায়বদি কগ  $>$  খগ - কখ ।

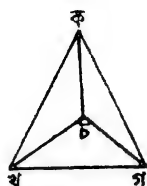
অমসুং অতোপ্লা বাইহেদা খগ - কখ  $<$  কগ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৯। বাহ্য—ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুয়া বিন্দু অহুদগী ত্রিভুজগী কোণগী বিন্দু অহুদ ফাওবগী অরাপা অহুদ তিনশিল্লগা খোকপনা ত্রিভুজগী সীমাফলগী ( অকোইবগী ) তআইদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুখম—কখখ ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা করিগুয়া চ বিন্দুদগী চক, চখ অমসুং চগ লৈই অচুশশিং অসি চিংলে।

চক, চখ অমসুং চগ অহুদগী অপূনবন কখ, খগ অমসুং গক গী অপূনবগী তআইদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।



প্রমাণ—কচখ ত্রিভুজগী  $চক + চখ > কখ$  ;  
 খচগ ত্রিভুজগী  $চখ + চগ > খগ$  ;  
 অমসুং গচক ত্রিভুজগী  $চগ + চক > গক$  । } (১১ত্বা উঃ)।

মথকী রাশীশিং অসি তিনশিল্লগা

$$চক২ + চখ২ + চগ২ > কখ + খগ + গক।$$

অমুক রাশীশিং অসিবু ২না যেনথোকগা

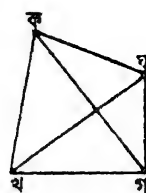
$$চক + চখ + চগ > \frac{১}{২} ( কখ + খগ + গক )।$$

অঃ উঃ হিঃ।

১০। বাহ্য—চতুর্ভুজগী সীমাফল ( অকোয়বা ) না কর্ণ অনিগী তিনশিনবদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডথুম—কথগঘ অসি চতুভূজ অমনি,  
অমসুং মসিগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ শমজিন্নরে।

কথ, খগ, গঘ অমসুং ঘক গী তিন-  
শিনবনা কগ অমসুং খঘগী তিনশিনবদগী হেন্না  
চাওই হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।



প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী কথ + খগ > কগ ;  
খগঘ ত্রিভুজগী খগ + গঘ > খঘ ;  
গঘক ত্রিভুজগী গঘ + ঘক > কগ ;  
অমসুং ঘকথ ত্রিভুজগী ঘক + কথ > খঘ। } (১১শ্রবা উঃ)।

মথকী রাশী পূম্মক অসি তিন্নশিল্লগ।

$$কথ২ + খগ২ + গঘ২ + ঘক২ > কগ২ + খঘ২।$$

অমুক রাশীশিং অসিবু ২ন' হেছোক্রগ।

$$কথ + খগ + গঘ + ঘক > কগ + খঘ।$$

অঃ উঃ হিঃ।

১১। বাহং—কথগ ত্রিভুজগী খকগ কোণবু তজ্জাই তানা  
খায়বা লৈইনা খগ বাহুবু ট বিন্দুদা ককুরে। খক বাহুনা খট  
বাহুদগী অমসুং গক বাহুনা গট দগী হেন্না চাওই হায়বা অসি  
প্রমাণ তো। অসিদগী ১১শ্রবা উপপাত্তগী প্রমাণ অম্মা পুথোকট।

পাণ্ডথুম—কথগ ত্রিভুজগী কট না খকগ  
কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা অমসুং খগ বাহুবু ট  
বিন্দুদা ককপা লৈই অচুম্বনি।

খক বাহুনা খট দগী অমসুং গক  
বাহুনা গট দগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ



ভোগদগনি, অমসুং মসিদগী ১১ শুবা উপপাদ্যগী থক অমসুং গক  
তিনশিনংনা অমসুং থগ বাহুদগী হেন্না চাওই হায়বা প্রমাণ  
ভোগদগনি ।

প্রমাণ- কট ত্রিভুজগী গট বাহু অসি থ বিন্দু ফাওবা শাং-  
দোংলি ;

∴ মপানগী কটখ  $\angle >$  মসুংগী ওমবা গকট  $\angle$  ।

( ৮ত্বা উঃ ) ।

ভোইওমসুং কট না থকগ কোণবু ভায়াই তানা থায়বা লৈইনি ;

∴ থকট  $\angle =$  গকট  $\angle$  ।

∴ কটখ  $\angle >$  থকট  $\angle$  ।

হৌজিক থকট ত্রিভুজগী মসুংদা

কটখ  $\angle >$  থকট  $\angle$  ;

∴ থক  $>$  থট । ( ৯ত্বা উঃ ) ।

মতো অমসুং ভোদুনা গক না গট দগী হেন্না চাওই হায়বা  
প্রমাণ ভোবা যাই ।

অমুক হেন্না থক  $>$  থট ;

অমসুং গক  $>$  গট ।

রাশীশিং অসি তিনশিল্লগা

থক + গক  $>$  থট + গট হায়বদি থগ ।

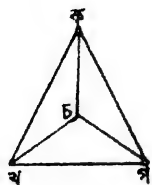
∴ কথগ ত্রিভুজগী থক + গক  $>$  থগ হায়বদি ১১ শুবগী

অতোম্মা প্রমাণ ওইরে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১২। বাহং—ত্রিভুজগী মমুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু  
অমদগী ত্রিভুজগী কোণগী বিন্দু অহুম ফাওবগী অরাপ্লা অহু  
তিম্মশিল্লগা ধোকপা অহুনা ত্রিভুজগী অকোয়বা অহুদগী হেম্মা  
পিকই হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাওখুম—চ বিন্দু অসি কথগ ত্রিভুজগী  
মমুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু অমনি ; চক, চখ  
অমমুং চগ শমজিন্নরে।



$চক + চখ + চগ < কখ + খগ + গক$   
হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

প্রমাণ— $চখ + চগ < কখ + গক$  ;  
 $চগ + চক < কখ + খগ$  ;  
 অমমুং  $চক + চখ < খগ + গক$  । } (মথকী নৈননবা বাহং ওস্তবদা  
 প্রমাণ ভৌথে, )।

মথকী রাশীশিং অসি পূম্মমক তিম্মশিল্লগা

$চক২ + চখ২ + চগ২ < কখ২ + খগ২ + গক২$  ।

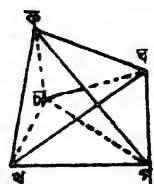
রাশীশিং অসিবু ২না য়েনথোক্লগা

$চক + চখ + চগ < কখ + খগ + গক$  ।

অ: উ: হি: ।

১৩। বাহং—চতুর্ভুজগী মমুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু  
অমদগী কোণগী বিন্দু মরি অহুগী অরাপ্লা অহু তিম্মশিনবনা কর্ণ  
অনি তিম্মশিনবদগী হেম্মা চাওই হায়বা প্রমাণ ভৌ ; অহুগা  
করহা মফমদা ওইরৌইদগে হায়বস্ত্র উংলু ।

**পাণ্ডুখ—৫** অসি কখগঘ চতুর্ভুজগী  
মমুংদা লৈবা করিগুমা বিন্দু অমনি ; চক, চখ,  
গে অমমুং চঘ শমজিন্নরে, অদুগা কগ অমমুং  
খঘ কর্ণ শমজিন্নরে ।



চক, চখ, গে অমমুং চঘ গী তিন্নশিনবনা কগ অমমুং খঘ  
গী তিন্নশিনবদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

**প্রমাণ—**কগে ত্রিভুজদা

$$\text{চক} + \text{গে} > \text{কগ} \quad (১১ত্বা উঃ)।$$

অমুক খচঘ ত্রিভুজদা

$$\text{চখ} + \text{ঘে} > \text{খঘ} \quad (১১ত্বা উঃ)।$$

মথকী রাশীকিং অসি তিন্নশিনবনা

$$\text{চক} + \text{চখ} + \text{গে} + \text{ঘে} > \text{কগ} + \text{খঘ}।$$

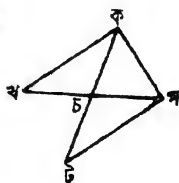
৫ বিন্দুনা কগ অমমুং খঘ কর্ণ অনি অসিগী ককুমদা  
লৈরয়বনি মথকী প্রমাণ অসি ওইরমলোই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

**১৪। বাইং—**ত্রিভুজ অমদা বাহু অনিগী অপুনবনা  
অহুমলুবা বাহুবু তছাই তানা খায়বা মাধ্যিকীগী শকক অনিদগী  
হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

**পাণ্ডুখ—**কচ অসি কখগ ত্রিভুজগী খগ  
বাহুবু তছাই তানা খায়বা মাধ্যিকীনি ।

খক অমমুং কগ তিন্নশিনবনা কচ গী  
শকক অনিদগী হেমা চাওই হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।



কচ বু করিগুহা ট বিন্দু ফাওবা কচ গা চট গ মামনবা  
শাংদোকট; অমসুং গট শমজিম্নো।

প্রমাণ—কচথ অমসুং গচট ত্রিভুজ অনি অসিদা

$$\text{খচ} = \text{গচ}, \quad (\text{পী বগী মতুং ইয়া})।$$

$$\text{কচ} = \text{টচ}, \quad (\text{য়েকপগী মতুং ইয়া})।$$

অমসুং মরক্তা লৈবা কচথ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা গচট  $\angle$

(গতীপ কোণ ওইবা ময়ম।

$\therefore$  কচথ অমসুং গচট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথগক মান্নৈ।

(৪ত্বা উঃ)।

$$\therefore \text{খক} = \text{গট}।$$

অমুক কগট ত্রিভুজদা

$$\text{কগ} + \text{গট} > \text{কট}। \quad (\text{১১ত্বা উঃ})।$$

ভৌইগুস্বসুং কগ + গট = কগ + খক,

$$\text{অমসুং কট} = \text{কচ} + \text{টচ} = \text{কচ}।$$

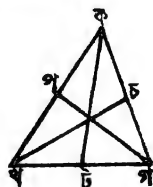
$$\therefore \text{খক} + \text{কগ} > \text{কচ}।$$

অঃ উঃ হিঃ।

১৫। বাহুং—ত্রিভুজ অমদা মাধ্যকোশিংগী তিনশিনবনা  
ত্রিভুজগী সৌমাফন্দগী হেয়া পিকই হায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—কথগ ত্রিভুজদা কট, খচ অমসুং  
গপ হায়বা মাধ্যকী অছম অসি চিংলে।

কট, খচ অমসুং গপ তিনশিনবনা কথ,  
খগ অমসুং গক তিনশিনবদগী হেয়া পিকই হায়বা  
প্রমাণ ভৌগদবনি।



প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজদা কট, খচ অমসুং গপ অসি মাধ্যিকী ঠাকনি

$$\left. \begin{aligned} \therefore \text{কথ} + \text{গক} &> \text{কট২}, \\ \text{কথ} + \text{খগ} &> \text{খচ২}, \\ \text{অমসুং খগ} + \text{গক} &> \text{গপ২}। \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(\text{মথকী নৈননবা বাহংদা} \\ &\text{প্রমাণ তোথে, )।} \end{aligned}$$

মথকী রাষ্ট্রশিং অসি তিন্নশিল্লগা

$$\text{কখ২} + \text{খগ২} + \text{গক২} > \text{কট২} + \text{খচ২} + \text{গপ২}।$$

অমুক রাশী পুন্মকপু ২না য়েহোব্লগা

$$\text{কথ} + \text{খগ} + \text{গক} > \text{কট} + \text{খচ} + \text{গপ},$$

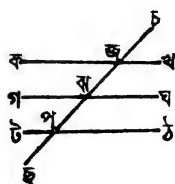
হায়বদি অতোপ্লা রাহৈদা

$$\text{কট} + \text{খচ} + \text{গপ} < \text{কথ} + \text{খগ} + \text{গক}।$$

( লামাই ৫৭—৫৯ )

১। বাহং—কথ, গঘ লৈই অচুশ্বা খুদিংনা টঠ লৈই অচুশ্বদা সমান্তর ওই, অচুগা চছ লৈই অচুশ্বনা কথ, গঘ অমসুং টঠ বু মথংশিংনা জ, বা অমসুং প বিন্দুদা ককপদা চজখ  $\angle = ৫৫^\circ$ , ওইরবদি জঝগ, ঝপঠ অমসুং ঠপছ কোণগী ডিগ্রি কয়ানো লেপউ।

পাণ্ডুম—কথ, গঘ লৈই অচুশ্বা খুদিংনা টঠ লৈই অচুশ্বদা সমান্তর ওই; অমসুং চছ লৈই অচুশ্বনা কথ, গঘ অমসুং টঠ বু মথংশিংনা জ, বা অমসুং প বিন্দুদা ককপদা চজখ  $\angle = ৫৫^\circ$ ।





জবাগ, ঝপঠ অমসু' ঠপছ কোণশিং অ'সগী ( প্রমাণ  
তোঁদুনা ) ডিগ্রি লেপকদ্বন ।

প্রমাণ—কথ, গঘ লৈই অচুয়া খুদিংনা টঠ দা সমাস্তুর ওই ;

∴ কথ গা গঘ গা সমাস্তুর ওইরৈ । ( ১৫ত্বা উঃ ) ।

চজখ  $\angle$  = কজঝ প্রতীপ  $\angle$  । ( ৩৩ত্বা উঃ ) ।

তোঁইগুমসুং চজখ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ কজঝ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  ।

কথ, গঘ সমাস্তুর ওই, অমসুং চছ না মখোইবু জ অমসুং  
ঝ বিন্দুদা কক্লি ;

∴ মসুংগী নাকল অমত্তগী কজঝ  $\angle$  + জবাগ  $\angle$  =  $১৮০^\circ$  ।  
( ১৪ত্বা উঃ ) ।

তোঁইগুমসুং কজঝ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  ; ( প্রমাণ তোঁথে ) ।

∴ জবাগ  $\angle$  =  $১৮০^\circ - ৫৫^\circ = ১২৫^\circ$  ।

অমুক ইয়া কথ, টঠ সমাস্তুর ওইনৈ, অমসুং চছ না মখোইবু  
জ অমসুং প বিন্দুদা কক্লি ;

∴ মপানগী চজখ  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা ঝপঠ  $\angle$  । ( ১৪ত্বা উঃ ) ।

তোঁইগুমসুং চজখ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ ঝপঠ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  ।

অদুগা ঠপ গা ঝছ গা প বিন্দুদা তিন্নদুনা ঝপঠ, ঠপছ  
হাংগা তাইনবা কোণ অনি অ'সি ধোকলে ;

∴ ঝপঠ  $\angle$  + ঠপছ  $\angle$  =  $১৮০^\circ$  । ( ১৮ত্বা উঃ ) ।

তোঁইগুমসুং ঝপঠ  $\angle$  =  $৫৫^\circ$  । ( প্রমাণ তোঁথে ) ।

∴ ঠপছ  $\angle$  =  $১৮০^\circ - ৫৫^\circ = ১২৫^\circ$

অঃ উঃ হিঃ ।

২। বাহ্য—লৈই অচুয়া অমগী মথল্লা লম্ব ওইবা লৈই অচুয়াশিং অছ অমগা অমগা সমাস্তর ওই হায়বা প্রমাণ তোঁ ।

পাওথুম—চছ, পট লৈই অচুয়া দিংনা কথ লৈই অচুয়না লম্ব ওই ।

চছ, পট লৈই অচুয়া অনি অসি অমগা অমগা সমাস্তর ওই হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।



প্রমাণ—চছ লৈই অচুয়না কথ লৈই অচুয়না লম্ব ওই ;

$\therefore$  চছট  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

মতৌ অন্তরা পটছ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

$\therefore$  চছট  $\angle$  + পটছ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ।

হৌজিক চছ অমন্তং পট লৈই অচুয়া অনিবু কথ লৈই অচুয়না ছ অমন্তং ট বিন্দুনা ককলে ; অমন্তং মন্তুংগী

চছট  $\angle$  + পটছ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ; ( প্রমাণ তোথে ) ।

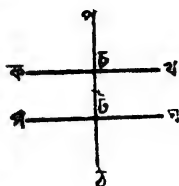
$\therefore$  চছ অমন্তং পট লৈই অচুয়া অনি অসি অমগা অমগা সমাস্তর ওইরে । ( ১৩ত্তবা উঃ ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। বাহ্য—লৈই অচুয়া অমনা অনি অমন্তং অতুদগী হেনবা সমাস্তর ওইনবা লৈই অচুয়া কয়ামকুমবু ককপদা অমদা লম্ব ওইরবদি, অতোপ্লা লৈই অচুয়াশিং অতুদম্ব লম্ব ওইগনি হায়বা প্রমাণ তোঁ ।

পাওখুম—কথ অমসুং গঘ লৈই অচুশ্ব।

অনি অসি অমগা অমগা সমান্তর ওইনৈ, অমসুং পঠ লৈই অচুশ্বনা মথোই অনিবু মথ, শিৎনা চ অমসুং ট বিন্দুদা ককপদা পঠ অসি গঘ লৈই অচুশ্বদা লম্ব ওই।



পঠ অসি কথ লৈই অচুশ্বদা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কথ অমসুং গঘ সমান্তর ওইনবা লৈইনি অমসুং পঠ না মথোইবু চ অমসুং ট বিন্দুদা ককলে;

∴ মপানগী পচখ  $\angle$  = মলুংগী লাগবা  $\angle$  চটঘ। (১৪ত্বা উঃ)।

তোইগুশ্বসুং পঠ অসি গঘ দা লম্ব ওই; (পাঁচগী মতুং ইয়া)

∴ চটঘ  $\angle$  = সমকোণ অমা। (সংজাগী মতুং ইয়া)।

∴ পচখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা।

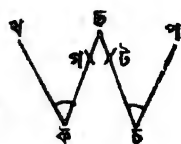
∴ পঠ অসি কথ লৈই অচুশ্বদা লম্ব ওই।

মতো অসুম তৌতুনা অনিদগী ছেনবা সমান্তর লৈই অচুশ্ব-শিৎদসু প্রমাণ ভোবা য়াই।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। বাহাং—কোণ অনিগী বাহাং অচু মথ, শিৎনা সমান্তর ওইরবদি, কোণাং অচু মামগনি নজগা পরিপূরক ওইনগনি হায়বা প্রমাণ ভো।

**পাঠ্যপুস্তক—(১)** খকগ কোণগী কখ  
অমসুং কগ বাহু অনি অসি মধ্যস্থিতনা টচপ  
কোণগী চট অমসুং চপ বাহু অনিগা সমান্তর  
ওইনৈ ।



খকগ অমসুং টচপ কোণ অনি অসি মাত্রে হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি ।

কগ অমসুং চট শাংদোকহনবদ' ছ বিন্দুদা উনহল্লু ।

**প্রমাণ—**কখ গা চট গা হায়বা চছ গ' সমান্তর ওই, অমসুং কছ  
না মখোইবু ক অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে ;

∴ খকগ  $\angle$  = একান্তর কছচ  $\angle$  । ( ১৪তম উঃ ) ।

অমুক কগ হায়বদি কছ গা চপ গা সমান্তর ওই অমসুং  
চছ না মখোইবু ছ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে ;

∴ কছচ  $\angle$  = একান্তর ছচপ  $\angle$  । ( ১৪তম উঃ ) ।

∴ খকগ  $\angle$  = ছচপ  $\angle$  হায়বদি টচপ  $\angle$  ।

**(২)** খকগ কোণগী কখ অমসুং কগ বাহু  
অনি অসি মধ্যস্থিতনা টচপ কোণগী চট অমসুং চপ  
বাহু অনিগা সমান্তর ওইনৈ ।



খকগ অমসুং টচপ কোণ অনি অসি পরি-  
পূরক ওইনৈ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

কগ অমসুং চট শাংদোকহনবদা ছ বিন্দুদা উনহল্লু ।

**প্রমাণ—**কখ অমসুং চট হায়বদি চছ অনি অসি সমান্তর ওই  
অমসুং কছ না মখোইবু ক অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে ;

$\therefore$  খকগ  $\angle =$  একান্তর কচ্চ  $\angle$  । ( ১৪ত্বা উঃ ) ।

অমুক কগ হায়ব'দ কচ্চ অমসুং পচ সমান্তর ওই, অমসুং  
চ্চ না মখোইবু ছ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে ;

$\therefore$  মনুংগী কচ্চ  $\angle +$  চ্চপ  $\angle =$  সমকোণ অনি,  
( ১৪ত্বা উঃ ),

হায়ব'দ কচ্চ  $\angle +$  টচপ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি ।

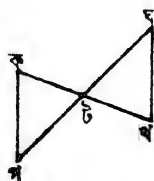
তোইপ্তমসুং খকগ  $\angle =$  কচ্চ  $\angle$  , ( প্রমাণ তোখে, ) ।

$\therefore$  খকগ  $\angle +$  টচপ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি ;

হায়ব'দ খকগ অমসুং টচপ কোণ অনি অসি পরিপূরক ওই ।  
অঃ উঃ ছিঃ ।

৫। বাইং—কথ অমসুং গঘ লৈই অচুগা অনি অসি  
অমগা অমগা ট বিন্দুদা মন্ননা অনি থাক্রা খায়দোকনৈ । কগ  
অমসুং খঘ শমজিন্নরগা মখোই অনি সমান্তর ওই হায়বা  
প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কথ অমসুং গঘ লৈই অচুগা  
অনি অসি ট বিন্দুদা অমগা অমগা অনি থাক্র  
মান্নবা খায়দোকনৈ ; অমসুং কগ অমসুং খঘ  
শমজিন্নরে ।



কগ অমসুং খঘ অনি অসি সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কটগ অমসুং খটঘ ত্রিভুজগী

টক = টখ, ( পীধগী মতুং ইয়া ) ।

টগ = টঘ, ( মরম অভমক্কা ) ।

অমসুং মরক্তা লৈবা কটগ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা খটগ  $\angle$  ;

( প্রতীপ কোণ ওইখনা ) ।

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশ' পুম্মক মাইনৈ । ( ৪৩বা উঃ ) ।

$\therefore$  কগট  $\angle$  = খঘট  $\angle$  ,

হায়বদি কগঘ  $\angle$  = খঘগ  $\angle$  ।

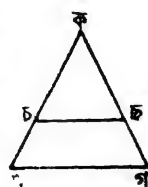
মখোই অসি একান্তর কোণ ডাকনি ;

$\therefore$  কগ অমসুং ঘঘ সমান্তর ওইনৈ । ( ১০৩বা উঃ ) ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহু—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভূমিগা সমান্তর ওইনা চি'বা লৈই অচুয়া অতুনা মান্নবা বাহুশিংগা লোইননা মান্নবা কোণ থোকহলি জায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ণগ ভূমিগা সমান্তর ওইনা চ্চ লৈই অচুয়না কখ অমসুং কগ বু চ অমসুং ছ বিন্দুদা কক্বে চিলে ।



কচছ অমসুং কচ্চ কোণ অনি অসি মাইনৈ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—খগ অমসুং চ্চ সমান্তর ওই, অমসুং বখ না মখোইবু খ অমসুং চ বিন্দুদা ককলে ;

$\therefore$  মপানগী কচ্চ  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা চখগ  $\angle$  হায়বদি কখগ  $\angle$  ।

অমুক ভগ্না ণগ অমসুং চ্চ সমান্তর ওই, অমসুং কগ না মখোইবু গ অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে ;

$\therefore$  মপানগী কচ্চ  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা চগখ  $\angle$  , হায়বদি কগখ  $\angle$  ।

ভৌইগুসুং কথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী

কগ = কথ ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

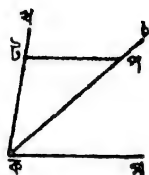
∴ কথগ ∠ = কগথ ∠ ।

∴ কচছ ∠ = কছচ ∠ ।

অ: উ: হি: ।

৭। বাহং—করিগুয়া কোণ অমবু তআই তানা খায়বা লৈই অচুয়া অমদা লৈবা বিন্দু অমদগী কোণগী বাছ অনিগী অমদা সমান্তর ওইনা চিংলব'দ, খোকলিবা ত্রিভুজ অচু সমদ্বিবাছ ওইগনি হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাওখুম—প অসি থকগ কোণবু তআই তানা খায়বা কচ লৈই অচুসুগী মমুংদা লৈবা বিন্দুনি ; পট অসি কগ গা সমান্তর ওইনা চিংবদা কথ বাছবু ট বিন্দুদা উমরে ।



টকপ অসি সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।  
প্রমাণ—টপ অমসুং কগ সমান্তর ওই, অমসুং কচ না মখোইবু  
ক অমসুং প বিন্দুদা ককলে ;

∴ টপক ∠ = একাস্তর পকগ ∠, হায়বদি চকগ ∠ ।

( ১৪তম উ: ) ;

ভৌইগুসুং কচ না থকগ কোণবু তআই তানা খায়দোকপা  
লৈইনি ;

∴ চকগ ∠ = চকথ ∠, হায়বদি পকট ∠ ।

∴ টপক ∠ = পকট ∠ ।

ছোজিক টকপ ত্রিভুজগী

টপক  $\angle$  = পকট  $\angle$  ;

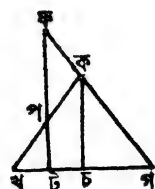
$\therefore$  টক = টপ । ( ৩৩বা উ: ) ।

$\therefore$  টকপ অসি সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি ।

অ: উ: হি: ।

৮। বাহু—কখগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী খগ ভূমিদা লৈবা ট বিন্দুদগী ভূমিগী মথংক্কা লম্ব অমা চিলে ; লম্ব অদ্বনা কখ অমন্তঃ শাংদোক্কা কগ বু মথংশিংনা প অমন্তঃ ফ বিন্দুদা কক্কাবদি কপফ অসি সমদ্বিবাছ ওই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কখগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী খগ ভূমিদা লৈবা ট বিন্দুদগী খগ দা লম্ব ওইবা টপফ লৈই অচুয়া চিংবদা মদ্বনা খক অমন্তঃ গক শাংদোকপবু মথংশিংনা প অমন্তঃ ফ বিন্দুদা ককলে ।



কপফ অসি সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

খকগ কোণবু কচ না তজ্জাই তানা খায়বদা খগ বু চ বিন্দুদা উনৈ ।

প্রমাণ—কখচ, কগচ ত্রিভুজগী

কখ = কগ, ( পীৰগী মতুং ইয়া ) ।

কচ মথোই অনিগী ডিলবা বাছনি ;

অমন্তঃ মরক্তা লৈবা খকচ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা গকচ  $\angle$  ;

( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।



∴ ত্রিভুজ অনি অসি নশা গুল্লনক মাপ্রৈ । ( ৪৩৮ উঃ ) ।

∴ কচথ  $\angle$  = কচগ  $\angle$  ।

মথোই অসি তাইনবা কোণ জা'রু ;

∴ মথোই ঝুদিং সমকোণ অমমনি ;

∴ কচ অসি থগ দা লুথ ওই ।

অমুক ফট অমসুং কচ অমুক থগ দা লুথনি ;

∴ ফট গা কচ গা সমান্তরনি । ( মথোই নৈননবা ষাংগ ২ ) ।

তৌজিক ফট, কচ সমান্তরনি, অমসুং থগ দা মথোই অমসুং ক বিন্দুদা ককলে :

∴ কপফ  $\angle$  = একাছর থকচ  $\angle$  । ( ৪৩৯ উঃ ) ।

অমুক ফট, কচ সমান্তরনি, অমসুং থগ দা মথোই অমসুং ক বিন্দুদা ককলে :

∴ মশু'গী লাগবা কফপ  $\angle$  = মপানগী গকচ  $\angle$  ।

( ৪৪০ উঃ ) ।

তৌইগুথসুং থকচ  $\angle$  = গকচ  $\angle$  । ( থেকপগ মতু' ইয়া ) ।

∴ কপফ  $\angle$  = কফপ  $\angle$  ।

তৌজিক কপফ ত্রিভুজগী

কপফ  $\angle$  = কফপ  $\angle$  ;

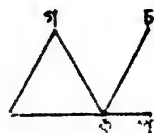
∴ কপ = কফ । ( ৪৪১ উঃ ) ।

∴ কপফ অসি সমছিবাক্ত ত্রিভুজনি ।

অঃ উঃ ১২ঃ ।

৯। বাহু—ত্রিভুজগী মপানংবা কোণ অমবু তজ্জাই তানা খায়বা লৈইনি কোণ অদুগী মাইয়োকুবা বাহুগা সমান্তর ওইরবদি, ত্রিভুজ অদু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুখম—কচ অসি কথগ ত্রিভুজগী মপানগী গকপ কাগবু তজ্জাই তান খায়বা লৈইনি, অমন্ত নসি মাইয়োকুবা খগ বাহুগা সমান্তর ওই।



কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।  
প্রমাণ—কচ, খগ সমান্তরনি, অমন্ত খপ না মথোইবু ক অমন্ত

খ বিন্দুদা ককল ;

∴ মনু গী লাপবা কথগ  $\angle =$  মপানগী পকচ  $\angle$  । (১৩তম উঃ)।

অমুক কচ, খগ সমান্তরনি, অমন্ত কগ ন মথোইবু ক অমন্ত গ বিন্দুদা ককল ;

∴ কগথ  $\angle =$  একান্তর গকচ  $\angle$  । (১৩তম উঃ)।

তোইগুথসুং কচ না গকপ কাগবু তজ্জাই তান খায়বাকই ;

∴ পকচ  $\angle =$  গকচ  $\angle$  ;

∴ কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  ।

ভৌজিক কথগ ত্রিভুজগী

কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  ;

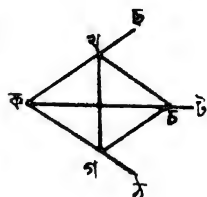
∴ কথ = কগ । (১৩তম উঃ)।

∴ কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি

অঃ উঃ হঃ।

১০। বাহঃ—করিগুয়া কোণ অমবু তজ্জাই তানা খায়বা লৈইগী মমুংদা লৈবা বিন্দু অমদগী বাহু অনি অদু য়োনা ; বাহু অনি অহুগা সমান্তর তৌহুনা লৈই অচুশ্বা অনি চিংলবদি মখোই অদু মামৈ ; অমমুং চতুর্ভুজ অহু সমবাহু ওই হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডথুম—চ অসি ছকঠ কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা কট লৈইগী মমুংদা লৈবা বিন্দু অমনি ; চ বিন্দুদগী চখ অমমুং চগ অসি মখংশিৎনা কঠ অমমুং কছ দা সমান্তর ওইনা চিংলে ।



চখ = চগ, অমমুং কখচগ অসি সমবাহু চতুর্ভুজনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

খগ সমজিন্নৌ ।

প্রমাণ—চখ, কগ সমান্তরনি, অমমুং কট না মখোইবু চ অমমুং ক বিন্দুদা ককলে ;

$$\therefore \text{খচক} \angle = \text{একান্তর গকচ} \angle \quad (১৪ত্বা উঃ) ।$$

$$\text{তৌইগুশ্বমুং খকচ} \angle = \text{গকচ} \angle \quad (পীবগী মতুং ইন্না) ।$$

$$\therefore \text{খচক} \angle = \text{খকচ} \angle ।$$

হৌজিক খকচ ত্রিভুজগী

$$\text{খচক} \angle = \text{খকচ} \angle ;$$

$$\therefore \text{কখ} = \text{চখ} ।$$

মভৌ অনুম্না কগ = চগ হায়বা প্রমাণ ভৌবা মাই ।

অমুক, কথগ, চখগ ত্রিভুজগী

$$\text{কথ} = \text{চখ},$$

$$\text{কগ} = \text{চগ},$$

অমসুং খগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাছনি ;

∴ দিভুজ অনি অসি মশা প্ৰথমক মামৈ । ( ৭ত্বা উঃ ) ।

$$\therefore \text{কথগ} \angle = \text{চখগ} \angle ।$$

অত্ৰগা কথ, চগ সমান্তরানি, অমসুং খগ না মখোইবু খ  
অমসুং গ বিন্দুদা উটৈ ;

$$\therefore \text{কথগ} \angle = \text{একান্তব চগখ} \angle । ( ১৪ত্বা উঃ ) ।$$

$$\therefore \text{চখগ} \angle = \text{চগখ} \angle ।$$

খচগ ত্রিভুজগী

$$\text{চখগ} \angle = \text{চগখ} \angle ;$$

$$\therefore \text{চখ} = \text{চগ} । ( ৬ত্বা উঃ ) ।$$

মতৌ অসুন্ন কথ = কগ হাব্বা প্রমাণ তৌবা য়াই ।

∴ কথচগ অসি সমবাহু চতুর্ভুজনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১১। বাহু—কথ, গঘ লৈই অসুয়া অনি অসি ঘ বিন্দুদা  
অমগা অমগা কররে, অমসুং খোক্রিব নকবা কোণশিং অহুবু অনি  
খোক্রা চপমাম্ননা খায়দোক্রে, গঘ লৈইদা লৈবা করিগুয়া ট বিন্দু  
ফাওনা অমসুং কথ গ' সমান্তর ভৌহনা চিংলিবা ঠটঙ লৈই  
অসুয়া অনি খোক্রা চপমাম্ননা খায়দোকপা লৈই অনি অহুবু ঠ  
অমসুং ড বিন্দুদা ককাদি টা, টড মাং হাব্বা প্রমাণ তৌ ।

পাওখুম—কথ গা গঘ গা ঘ বিন্দুদা

উনহুনা থোক্রিবা তাইনবা কঘগ, গঘথ কে.ণ

অনি অসিবু মথংশিংনা ঘছ অমসুং ঘচ না

ভাছাই ভানা খায়দোক্রে ; অমসুং গঘ গী

মসুংদা লৈবা ট বিন্দু কাওনা ঠটড লৈই অসি কথ গ সমাস্তর  
ভৌহুনা চিংবদা ঘছ অমসুং ঘচ বু ঠ অমসুং ড বিন্দুদা ক্রে ।

টঠ = টড হায়ব প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—টড, ঘথ সমাস্তরনি, অমসুং ঘচ না মথোইবু ড অমসুং  
ঘ বিন্দুদা উনরে ;

∴ টডঘ ∠ = একান্তর খঘড ∠ । ( ১৪ত্বা উঃ ) ।

তোইগুমসুং টঘড ∠ = খঘড ∠ । ( পীবাগী মতুং ইয়া ) ।

∴ টডঘ ∠ = টঘড ∠ ।

হৌজিক টডঘ ত্রিভুজগী

টডঘ ∠ = টঘড ∠ ;

∴ টড = টঘ । ( ৬ত্বা উঃ ) ।

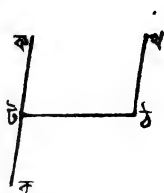
মতো অসুম ভৌহুনা টঠ = টঘ হায়বা প্রমাণ ভোবা য়াই ।

∴ টঠ = টড ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১২। বাহং—টক অমসুং ঠথ চুমজিংচুয়া চৈ অনি মথং-  
শিংনা ট অমসুং ঠ যুহী (অরেপা বিন্দু) অনিগী মাইকৈ মরিগত্তা  
লৈরি ; টক না মিনিট অমদা ১২ রক অমসুং ঠথ না মিনিট  
অমদা ১০ রক লৈ । মথোইনা মায়ওন অমত্তদা সমাস্তর ওইনা  
লৈবদগী লৈবা হৌরবদি মতম কয়গী মতুংদা (১) মায়ওন  
ওমত্তৈননা, (২) মায়ওন অমত্তদা লৈহুনা সমাস্তর ওইগদগে ?

**পাণ্ডুপত্র**—টক, ঠখ অচুয়া চৈ অনিনা ট  
অমসুং ঠ যুয়ী ( অরেন্সা বিন্দু ) গী অকোইবদ  
সমান্তর ওইনা লৈরসুদগী লৈবা হোরকলে ;  
টক না মিনিট অমদা ১২ রক মপুম ফানা লৈবা  
মতমদা ঠখ না ১০ রক মপুম ফানা লৈ ।



মতম কয়া লৈরগা মখোই অনি সমান্তর ওইবদা ( ১ )  
মায়গন ওমতৈননা, অমসুং ( ২ ) মায়গন অমতদা লৈগদগে  
হায়বহু প্রমাণ ভৌহনা পুথোকদবনি ।

টঠ শমজিমো, অমসু কট বৃ ক ফাওবা শাংদোকউ । অহু  
ওইরবদি লৈবা হোথুবা মতুং ( ১ ) টক অমসুং ঠখ না লৈরিব'  
ফিবম অসি, অমসুং ( ২ ) টক অমসুং ঠখ না লৈরিবা ফিবম অসি  
কয়া কুইনা লৈরগা থোকদগে হায়বহু পুথোকগা অহু মঙাই ।

**প্রমাণ**—( ১ ) কটক অসি সরল কোণনি,

হায়বদি কটক  $\angle = ১৮০^\circ$  ।

টক চৈনা টক গী মফম তানা লাকপদা  $১৮০^\circ$  লৈগদবনি ।  
টক অমসুং ঠখ সমান্তরনি ; টক না ঠখ দগী হেমা যাংনা লৈ ।  
 $\therefore$  টক না ঠখ দগী  $১৮০^\circ$  হেমা লৈগদবনি ।

চৈ খুদিংনা মপুম ফানা অমুক লৈবদা  $৩৬০^\circ$  নি ।

$\therefore$  টক না সেকেণ্ড অমদা লৈবা কোণ  $= \frac{১২ \times ৩৬০^\circ}{৬০} = ৭২^\circ$  ।

অহুগা ঠখ না সেকেণ্ড অমদা লৈবা কোণ  $= \frac{১০ \times ৩৬০^\circ}{৬০} = ৬০^\circ$  ।

∴ ଟକ ନା ଠକ ନଗ୍ନୀ ସେକେଣ୍ଡ ଅମଦା ହେଲା ଲେବା କାଗ

$$= ୧୨ - ୬୦ = ୧୨^{\circ}$$

∴ ଟକ ନା ଟର୍କ କୌ ନକ୍ଷତ୍ର ଗ୍ରହଣା ଠକ ନଗ୍ନୀ ୧୮୦ ହେଲା ଲେରକପଦା

$$ଟାବା ମତ୍ତମ = ୧୮୦ - ୧୨ = ୧୬୮ ସେକେଣ୍ଡ ।$$

ପ୍ରମାଣ—( ୨ ) ଟକ ଅମତ୍ତଃ ୮୪ ଗା ଲେବଗ୍ନୀ ୬୮ ମାତ୍ରମେ ;

∴ ଟକ ଅମତ୍ତଃ ୮୪ ନା ହାମା ଲେରକା କିବସ୍ୟ ଅସି ଓହ୍ଲରକପଦା ଟକ ନା ଠକ ନଗ୍ନୀ ଟା ବନ୍ଦୁଗା ଅକାହିବଦା ଲେବା ସମକୋଣ ଯାରି ହେଲା ଲେଗଦବନି । ଅତୋପ୍ପା ସାହଂଶୀ ୧୮୦ ନା ଠକ ନଗ୍ନୀ ୧୬୦ ହେଲା ଲେ ।

∴ ଟକ ନା ଠକ ନଗ୍ନୀ ୧୬୦ ହେଲା ଲେରକପଦା

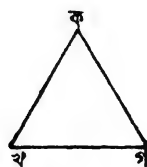
$$ଟାବା ମତ୍ତମ = ୧୬୦ ÷ ୧୨ = ୧୩ ସେକେଣ୍ଡ ।$$

ଅ: ଓ: ଶ: ।

( ଲାଭାହି ୬୧—୬୨ )

୧ । ବାହିଃ—ସମବାହି ତ୍ରିଭୁଜଗା କୋଣ ଧୁନ୍ଦିନକ ସମକୋଣ ଅମଗ୍ନୀ ଶରକ୍ତ ଅହମ ଥୋକପଗ୍ନୀ ଶରକ୍ତ ଅନି ହାୟବଦି ୬୦ ନି ହାୟବା ପ୍ରମାଣ ଭୌ ।

ପାଠ୍ୟୁମ—କଥଗ ଅସି ସମବାହି ତ୍ରିଭୁଜନି, ହାୟବଦି ମସିଗ୍ନୀ କଥ, ଧଗ ଅମତ୍ତଃ ଗକ ବାହି ପୂର୍ଣ୍ଣମକ ଅମଗା ଅମଗା ମାତ୍ରମେ ।



କଥଗ, ଧଗକ ଅମତ୍ତଃ ଗକଧ କୋଣ ଧୁନ୍ଦିନା ସମକୋଣଗ୍ନୀ ଓ ହାୟବଦି ୬୦ ନି ହାୟବା ପ୍ରମାଣ ଭୌଗଦବନି ।

**প্রমাণ—**কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ; ( পীৰগী মতুং ইয়া ) ।

∴ কগখ ∠ = কখগ ∠ ।

অনুক, কখগ সমবাহু ত্রিভুজগী

খগ = কগ ; ( পীৰগী মতুং ইয়া ) ।

∴ খকগ ∠ = কখগ ∠ ।

∴ কগখ ∠ = খকগ ∠ = কখগ ∠ ।

তোই গুণত্বঃ কখগ ত্রিভুজগী কগখ ∠ + খকগ ∠ + কখগ ∠  
= সমকোণ অনি । ( ১৬ত্বা উঃ ) ।

∴ কগখ, খকগ অমত্বঃ কখগ কোণ খুদিংমক = সমকোণ অনিগী ঙ  
= সমকোণগী ঙ  
=  $৯০ \times ২ = ১৮০^\circ$  ।

অঃ উঃ হিঃ ।

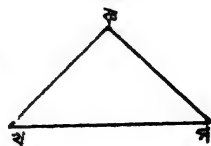
২। বাহু—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনা সমকোণী ওইরবদি মানবা  
কোণ খুদিংনা ৪৫ নি হায়বা প্রমাণ তো ।

**পাণ্ডুখ—**কখগ মসদ্বিবাহু ত্রিভুজগী  
কখ বাহুগা কগ বাহুগা মাই, অত্বঃ খকগ  
কোণ অসি সমকোণ অমনি ।

কখগ অমত্বঃ কগখ কোণ খুদিংমক  
৪৫° ওই হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

**প্রমাণ—**কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজদা

কগ = কখ ;





∴ কথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  । ( ১৩৩৩ উঃ ) ।

অমুক, কথগ ত্রিভুজগী

কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  + থকগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমি ।

( ১৩৩৩ উঃ ) ।

তোইগুস্থং থকগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা । ( নৈবগ মঃ ইয়া ) ।

অহানবগী মাল্লাবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাল্লাবা রাশীশিং  
অসি থায়দোকগা ।

কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

অতুগা কথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  ; ( প্রমাণ ভৌত্বে ) ।

∴ কথগ অমস্থং কগথ কোণ থুদিংমক = সমকোণগী ?

$$= ৯০ \times ২ = ১৮০$$

অঃ উঃ হিঃ ।

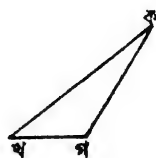
৩। রাহং—করিগুস্থা ত্রিভুজ অমগী কোণ অমনা ৩৬ নি  
অতোপ্লা কোণ অমনা ১২৩ নি, লেমহোবা কোণগী পদম কয়া-  
নো ? পাওথুম অতু চুমই চুমদে হায়বা ওন্দুন ৮৭ য়েংউ ।

পাওথুম—কথগ ত্রিভুজগী কথগ, কগথ  
কোণ অনি অসি মথং শিংনা ৩৬ অমস্থং ১২৩  
নি ।

থকগ কোণ অসিগী (প্রমাণ ভৌত্বে) পদম  
পুথেক্‌কদগনি অমস্থং থাঈঙ্গশিংনা ওন্দুনা অচম চুমদ য়েংগদবনি ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  + থকগ  $\angle$  = ১৮০ । ( ১৩৩৩ উঃ ) ।



তোইগুহুসং কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  =  $৩৬^\circ + ১২৩^\circ = ১৫৯^\circ$  ।

( পৌরী মতঃ ইয়া ) ।

অহানবগী মাম্বা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাম্বা রাশীশিং  
অসি খায়দোক্কাগা

কথগ  $\angle$  = ১১ ।

অত্ৰগা থাঈশে না ওন্দুনা য়ানদ চুমলে ভায়বা ফংলে ।

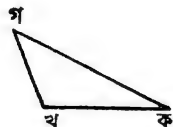
অঃ উঃ হিঃ ।

৪। বাহং - কথগ ত্রিভুজগী থ কে = ১১১, গ কোণ =  
৭২ । ক কোণ অত্ৰ পুথোক্কা ওন্দুনা য ট ।

পাণ্ডুথুম - কথগ ত্রিভুজগী

থ  $\angle$  = ১১১ গ  $\angle$  = ৭২ ।

ক  $\angle$  কয়না হায়বা প্রমাণ তৌত্ৰনা পু-  
থে কদনি অমন্ত ওন্দুনা হেংগদবনি ।



প্রমাণ - কথগ ত্রিভুজগী

ক  $\angle$  + থ  $\angle$  + গ  $\angle$  =  $১৮০$  । ( ১৮০ উঃ )

তোইগুহুসং থ  $\angle$  + গ  $\angle$  =  $১১১ + ৭২ = ১৮৩$

( পৌরী মতঃ ইয়া ) ।

অহানবগী মাম্বা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাম্বা রাশীশিং  
অসি খায়দোক্কাগা

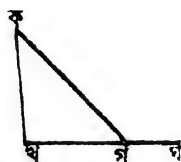
ক  $\angle$  = ১৭ ।

থাঈশে না ওন্দুনা য়েব মত্ৰদ ক  $\angle$  অসি ১৭ নি  
হায়বসি চুমলে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহং—কথগ ত্রিভুজগী থগ বাহু ঘ ফাওবা শাংদোক-  
হল্লে। মপান থ'বা কগঘ কোণনা ১৩৪ অহুগী থকগ কোণনা  
৪২ ওইরবদি লেমহোবা মনুং থ'ব কোণশিং অহুগী পাদম  
পুথোকউ।

পাওখুম—কথগ ত্রিভুজগী থগ বাহু ঘ  
বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কগঘ  $\angle = ১৩৪$  ,  
অমসুং থকগ  $\angle = ৪২^\circ$  ।



কথগ, কগথ কোণশিংগী পাদম  
পুথোকদবনি। (প্রমাণ তোহুনা)।

প্রমাণ—কগ বাহুগ থঘ বাহুগ গ বিন্দুদা তিন্নহুনা তাইনবা  
কগথ, কগঘ কোণ অনি অসি থোকলে ;

$$\therefore \text{কগথ } \angle + \text{কগঘ } \angle = ১৮০ \quad (১\text{বা উঃ})$$

$$\text{তোইগুহুসুং কগঘ } \angle = ১৩৪ \quad (পীবগী মতুং ইম্না)।$$

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অসি খাম্বদোক্লগা,

$$\text{কগথ } \angle = ৪৬ \quad ।$$

অমুক, কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{থকগ } \angle + \text{কথগ } \angle + \text{কগথ } \angle = ১৮০^\circ \quad (১৬তবা উঃ)।$$

$$\text{তোইগুহুসুং থকগ } \angle + \text{কগথ } \angle = ৪২^\circ + ৪৬^\circ = ৮৮^\circ \quad ।$$

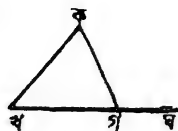
অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অসি খাম্বদোক্লগা,

$$\text{কথগ } \angle = ৯২^\circ \quad ।$$

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহু—:৬ শুধা উপপাত্তগী চিত্রদা কগঘ কোণ  
 $= ১১৮$ , অমসুং খ কোণ  $= ৫১$  ওইরবদি, ক অমসুং গ কোণ  
 অনি অসিগী পাদম ওন্দুনা পুথোকউ।

পাণ্ডুম—কথগ ত্রিভুজগী খগ বাহু ঘ  
 বিন্দু ফাওবা খাংদোকপদা কগঘ  $\angle = ১১৮$   
 অমসুং খ  $\angle = ৫১$ ।



ক  $\angle$  অমসুং গ  $\angle$  অনি অসি পুথোকদবনি অমসুং ওন্দুনা  
 পাদমগী অচুম চুমদা য়েংদবনি।

প্রমাণ—কগ বাহুগা খঘ বাহুগা গ বিন্দুদা তিল্লুনা তাইনবা

কথগ অমসুং কগঘ কোণ অনি অসি থোকলে;

$$\therefore \text{কগখ } \angle + \text{কগঘ } \angle = ১৮০^\circ \quad (১\text{বা উ:})।$$

$$\text{তোইওমসুং কগঘ } \angle = ১১৮^\circ \quad (পীবগী মতুং ইয়া)।$$

$\therefore$  অহানবগী মাম্বা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাম্বা  
 রাশীশিং খায়দোক্লগা,

$$\text{কগখ } \angle = ৬২^\circ।$$

অমুক হমা কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{খকগ } \angle + \text{কথগ } \angle + \text{কগঘ } \angle = ১৮০^\circ \quad (১৬শুবা উ: )।$$

$$\text{তোইওমসুং কথগ } \angle + \text{কগঘ } \angle = ৫১^\circ + ৬২^\circ = ১১৩^\circ।$$

অহানবগী মাম্বা রাশীশিংদগী অকোনবগী মাম্বা রাশীশিং  
 অসি খাইদোক্লগা,

$$\text{খকগ } \angle = ৬৭^\circ।$$

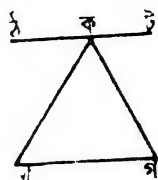
খাইশেংনা ওন্দুনা য়েংবদা কগখ  $\angle = ৬২^\circ$  অমসুং

$$\text{খকগ } \angle = ৬৭^\circ।$$

অ: উ: হি:।

৭। বাহং—মতোনগী বিন্দু ফাওনা 'মিগ' সমান্তর ভৌতনা  
লৈই অমা চিংছন', ত্রিভুজগী কোণ অঙ্কন ত্রিম্মশিনবনা সমকোণ  
অনিহি হায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—কথগ ত্রিভুজগী মতোনগী  
বিন্দু ক ফাওনা ঠকট লৈই অসি থগ 'মিগ'  
সমান্তর ওইনা চিংলে।



কথগ ত্রিভুজগী  $\angle + \text{খ} \angle + \text{গ} \angle =$   
সম  $\angle$  অনি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

প্রমাণ—কট অমসুং থগ সমান্তরনি অমসুং কগ না মথোইবু ও  
অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ,

$\therefore$  কগখ  $\angle =$  একান্তর গকট  $\angle$ ।

মতো অমসুং কট অমসুং থগ সমান্তরনি অমসুং কথ না  
মথোইবু ক অমসুং খ বিন্দুদা উনৈ,

$\therefore$  কথগ  $\angle =$  একান্তর থকট  $\angle$ ।

মান্নবা রাশীশিং অসি ত্রিম্মশিল্লগা,

কগখ  $\angle +$  কথগ  $\angle =$  গকট  $\angle +$  থকট  $\angle$ ।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসিদা থকগ কোণ হাপচিম্বদি

কগখ  $\angle +$  কথগ  $\angle +$  থকগ  $\angle$ ।

$=$  গকট  $\angle +$  থকগ  $\angle +$  থকগ  $\angle$ ।

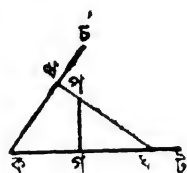
তোই গুহসুং গকট  $\angle +$  থকগ  $\angle +$  থকট  $\angle =$  সরল কোণ অমা  
 $=$  সম  $\angle$  অনি।

$\therefore$  কগখ  $\angle +$  কথগ  $\angle +$  থকগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি।

অ: উ: হি:।

৮। বাহু—লৈই অচুয়া অনি। মথংশিৎনা অতোপ্পা  
নৈই অচুয়া অনিগী লম্ব ওইরবদি, অহানবগী লৈই অচুয়া অনি।  
পে'কহনবা স্তম্বকোণ অচুগা অশিৎবগী লৈই অচুয়া অনি অচুনা  
পে'কহনবা স্তম্বকোণ অচুগা ম'ম্ব হ'ম্ববা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুখ—কচ অমন্ত কট লৈই অচুয়া  
অনিগী খ অমন্ত গ বিন্দুদ বহ অমন্ত গপ  
মথংশিৎনা লম্ব ওই।



চকচ অমন্ত গপ' কোণ অনি অশিৎ  
ম'ম্ব হ'ম্ববা প্রমাণ তোপদননি।

প্রমাণ—কথখ ত্রিভুজগী

খকখ  $\angle$  + কখখ  $\angle$  + কঘখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি।

( ১১তম উঃ )।

খকখসু, কখখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি।

( পীথগী মতং ইয়া )।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অশি খায়দোক্লগা

খকখ  $\angle$  + কঘখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা।

$\therefore$  খকখ কোণ অশি কঘখ কোণগী অনুপূরকনি (সংজ্ঞা)।

অনুবহুগা, গপখ দিভুজগী

গপখ  $\angle$  + গঘখ  $\angle$  + পগখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি।

( ১১তম উঃ )।

তোই গুহুসুং পগখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা।

( পীথগী মতং ইয়া )।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অশি খায়দোক্লবদি,

গপঘ  $\angle$  + গঘপ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা।

$\therefore$  গপঘ কোণ অসি গঘপ কোণ হায়বদি কথখ কোণগী  
অনুপুরকনি। (সংজ্ঞা)।

হৌজিক খকঘ অমমুং গপঘ কোণ খুদিংমক কঘথ কোণ  
মথন্তুগী অনুপুরক ওইরে;

$\therefore$  খকঘ  $\angle$  = গপঘ  $\angle$ , (সংজ্ঞাগী অমুমানগী মতুং ইয়া),

হায়বদি চকট  $\angle$  = গপঘ  $\angle$ ।

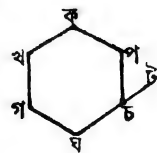
অঃ উঃ হিঃ।

১৬ত্বা উঃ গী অমুমানগী মরমদা নৈননবা বাহংগী:

(লাআই ৬৮—৬৯)

১। বাহং—সমঘড়ভুজগী বাহু অমা শাংদোক্লগা থোকপা  
মপান থংবা কোণ অহু সমত্রিভুজগী মমুং থংবা কোণ অমগা মাম্নে  
হায়বা প্রমাণ তো।

পাওথুম—কথগঘচপ অসি সমঘড়ভুজ  
অমনি; মসিগী ঘচ বাহুবু ট বিন্দু ফাওবা  
শাংদোকলে। মপানথংবা পচট কোণ অসি  
সমত্রিভুজগী মমুংগী কোণ অমগা মাম্নে হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি।



প্রমাণ—কথগঘচপ সমঘড়ভুজগী মমুংগী কোণ পুন্নমক অমগা  
অমগা মাম্নে। (সংজ্ঞাগী মতুং ইয়া)।

সমঘড়ভুজ অসিগী বাহু মশিং তরুকনি;

∴ মসিগী মনুংগী কোণ পুন্নমক + সম ∠ মরি = ২ × ৬ সম ∠ ।

( ১৬ত্বা উঃ গী অহানবা অহুমান ) ।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসিদগী সমকোণ মরি থায়দোক্লবদি,

মনুংগী কোণশিংগী তিন্নশিনবা = সম ∠ ৮

$$= ২০ \times ৮ = ১৬০^\circ ।$$

সমমডুভুজ অসিগী মনুংগী কোণ মশীং ৬নি ;

$$\therefore \text{মনুংগী কোণ খুদি} = \frac{১২০}{৬} = ২০^\circ ।$$

$$\therefore \text{ঘচপ } \angle = ১২০^\circ ।$$

ভৌইগুম্বসং পচ গা ঘট গা চ বিন্দুদ তিন্নতুনা ঘচপ অমসুং  
পচট কোণ অনি অসি থোকলে ;

$$\therefore \text{ঘচপ } \angle + \text{পচট } \angle = ১৮০^\circ । \quad ( ১৮৮ উঃ ) ।$$

$$\text{অতুগা ঘচপ } \angle = ১২০^\circ । \quad ( \text{প্রমাণ তোথে} ) ।$$

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
অসি থায়দোক্লগা

$$\text{পচট } \angle = ৬০^\circ ।$$

অমুক হম্মা সমত্রিভুজগী মনুংগী মান্নবা কোণ খুদিংমক ৬০° ওই  
( নৈনবা বাহঃ অমদা প্রমাণ তোথে ) ।

∴ পচট হায়বা মপানগী কোণ অসিগা সমত্রিভুজগী মনুংগী  
কোণ অমগা মাম্মৈ ।

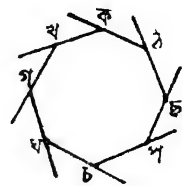
অঃ উঃ হিঃ ।

২। বাহং—(১) সমঅষ্টভুজ অমগী, (২) সমদশভুজ অমগী  
মপান থংবা কোণ খুদিংগী ডিগ্রি মশীং কয়ানো পুথোকউ ।



পাণ্ডথুম—(১) কখগঘচপছঠ অসি সম-  
অষ্টভুজনি।

সমঅষ্টভুজ অসিগী মপান থংবা কোণগী  
ডিগ্রি পুথোকদবনি। সমঅষ্টভুজগী বাহু  
পুন্নমক নিয়ম অমগী মতুং ইন্না শাংদোকউ।



প্রমাণ—কখগঘচপছঠ সমঅষ্টভুজগী ক, খ, গ, ঘ, চ, প, ছ অমসং-  
ঠ বিন্দুদা লৈবা তাইনবা কোণ অনি অনিগী তিনশিনষনা  
সমকোণ অনি অনিনি; (১৮০° উঃ)।

∴ মপানগী কোণ খুদিংমক তাইনবা মমুংগী কোণগী পরিপূরকনি।  
(সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না)।

তৌই গুহ্মং সমঅষ্টভুজগী মমুংগী কোণ পূন্নমক চনি অমসুং  
মথৌই খুদিংমক অমগা অমগা মাইনৈ; (সংজ্ঞাগী মতুং ইন্না)।

∴ মপান থংবা কোণ চ অসি অমগা অমগা মাইনৈ।

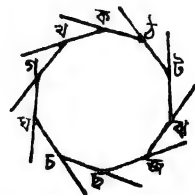
অতুগা মপান থংবা মান্নবা কোণ চ = সম  $\angle ৪$ ।

(১৬ত্তবা উঃ গী ২ত্তবা অমুমান)।

$$\therefore \text{মপান থংবা কোণ খুদিং} = \frac{\text{সম } \angle ৪}{৮} = \frac{৯০ \times ৪}{৮} = ৪৫$$

পাণ্ডথুম—(২) কখগঘচছজঝটঠ অসি  
সমদশভুজ অমনি।

সমদশভুজ অসিগী মপান থংবা কোণগী  
ডিগ্রি পুথোকদবনি।



সমদশভুজগী বাহু পুন্নমক নিয়ম অমগী মতুং ইন্না শাংদোকউ।

**প্রমাণ**—কখগঘচছজঝটঠ সমদশভুজগী ক, খ, গ, ঘ, চ, ছ, জ, ঝ, ট অমসুং ঠ বিন্দুদা লৈবা তাইনবা কোণ অনি অনিগী তিনশিনবনা সম  $\angle$  অনি অনি'নি ; ( ১৮৩ উঃ ) ।

$\therefore$  মপান থংবা কোণ খুদিংমক তাইনবা মসুংগী কোণগী পরিপূরকনি । ( সংজ্ঞাগী মতুং ইল্লা ) ।

তোইগুমসুং সমদশভুজ অসিগী মসুংগী কোণ পূম্মমক  $10^\circ$  নি অমসুং মথোই খুদিংমক অমগা অমগা মাইলৈ ; ( সংজ্ঞাগী মতুং ইল্লা ) ।

$\therefore$  মপান থংবা কোণ  $10^\circ$  অসি অমগা অমগা মাইলৈ ।

অতুগা মপান থংবা মানব' কোণ  $10^\circ = \text{সম } \angle ৪$  ।

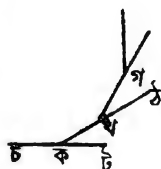
( ১৬৩৮৮ উঃ গী ২৩৮৮৮ অমুমান ) ।

$$\therefore \text{মপান থংবা কোণ খুদিং} = \frac{\text{সম } \angle ৪}{10} = \frac{20 \times ২}{10} = ৩৬ ।$$

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। বাহং—মপান থংবা কোণ (১)  $30^\circ$ , (২)  $28^\circ$  ওইবা সমবাহুভুজগী বাহু মশীং পুথোকউ ।

**পাণ্ডুম**—(১) চকখগ অসি সমবাহুভুজগী মচেৎ অমনি ; মসিগী চক, কখ অসিনচিংবা বাহুশিং অসি নিয়মগী মতুং ইল্লা মথংশিংনা ট, ঠ অসিনচিংবা বিন্দুশিংদা শাংদোকপদা



মপান থংবা টকখ, ঠখগ অসিনচিংবা কোণ খুদিংমক  $30^\circ$  ওই ।

চকখগ মচেৎ ওইবা সমবাহুভুজগী বাহুমশিং পুথোকদবনি ।

ম হায়ংসি সমবাহুভুজগী বাহু মশীংনি নিংশি ।

**প্রমাণ**—সমবাহুভূজগী ম বাহু মশীং লৈরবদি, মপান থংবা মান্নবা  
ম কোণ মশীং লৈগনি ।

তোইগুস্বস্তুং মপানগী কোণ পুন্নমক তিনশিনবনা সমকোণ  
মরি, হায়বদি  $৩৬০$  গা মাইলৈ । (১৬ত্বা উঃ গী ২ত্বা অহুমান) ।

$\therefore$  টকথ  $\angle + \text{ঠথগ } \angle + \dots$  ম মশীংগী কোণ  $= ৩৬০$  ।

অতুগা টকথ  $\angle = \text{ঠথগ } \angle = \dots = ৩৬০$  ; ( গীবগী মতুং ইয়া ) ।

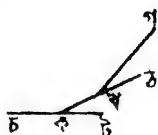
$$\therefore m \times ৩৬০ = ৩৬০ \quad |$$

মান্নবা রাশী অনিমকপু  $৩০$  না যেনথোকগা

$$m = ১২ \quad |$$

$\therefore$  সমবাহুভূজগী বাহু মশী  $১২$  নি ।

**পাওখুম**—(২) চকথগ ৩সি সমবাহুভূজগী  
মচেং অমনি ; মসিগী চক, কথ নচিংবা বাহুশিং  
অসি ট, ৮ নচি বা বন্দুশ দা নিয়মগী মতুং ইয়া  
মথংশিংনা শাংদোকপদা থোকলিবা মান্নবা  
মপানগী টকথ, ঠথগ নচিংবা কোণ খুদিংমক  $২৪$  নি ।



সমবাহুভূজগী বাহু মশীং পুথোকদবনি ।

ন না সমবাহুভূজগী বাহু মশীংনি নিংশি ।

**প্রমাণ**—সমবাহুভূজগী ন মশাংগী বাহু লৈরবদি, মপান থংবা  
মান্নবা ন কোণ মশীং লৈগনি ।

তোইগুস্বস্তুং মপানগী কোণ পুন্নমক তিনশিনবনা সমকোণ  
মরি, হায়বদি  $৩৬০^\circ$  গা মাইলৈ । (১৬ত্বা উঃ গী ২ত্বা অহুমান) ।

$\therefore$  টকথ  $\angle + \text{ঠথগ } \angle + \dots$  ম মশীংগী কোণ  $= ৩৬০^\circ$  ।

অতুগা টকখ  $\angle =$  ঠখগ  $\angle = \dots = ২৪^\circ$  ; ( পীথগী মতুং ইয়া ) ।

$$\therefore n \times ২৪^\circ = ৩৬০^\circ ।$$

গাম্বা রাশী অনিমকপু  $২৪^\circ$  না যেনথোকলগা

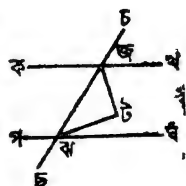
$$n = ১৫ ।$$

$\therefore$  সমবাহুভুজগী বাছ ১৫ নি ।

অ: উ: হি: ।

৪। বাহু—লৈই অচুয়া অমনা সমান্তর লৈই অচুয়া অনিবু কল্পবদি নাকল অমত্তগী মনুংখংবা কোণ অনি অতুগী তত্খাই তানা খায়বা লৈইশিং অতুনা সমকোণ থোকহল্লি হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডুম—কথ অমন্তুং গঘ সমান্তর লৈই অচুয়া অনিবু চছ লৈই অচুয়না জ অমন্তুং ঝ বিন্দুদা কতুনা নাকল অমত্তগী মনুংগী খজঝ অমন্তুং জঝঘ কোণ অনি অসি থোকলে ; জট অমন্তুং ঝট অনি অসি খজঝ অমন্তুং জঝঘ কোণ অনিবু মথংশিতনা তত্খাই তানা খায়বা লৈইনি অমন্তুং মথোই অনি ট বিন্দুদা উনৈ ।



জটঝ কোণ অসি সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

প্রমাণ—কথ অমন্তুং গঘ অনি অসি সমান্তরনি অমন্তুং চছ না মথোই অনিবু জ অমন্তুং ঝ বিন্দুদা ককলি ;

$\therefore$  খজঝ  $\angle +$  জঝঘ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি । (১৪ত্বা উ: ) ।

$\therefore$  ২ খজঝ  $\angle +$  ২ জঝঘ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

তৌইগুহুন্তুং টজঝ  $\angle =$  ২ খজঝ  $\angle$  । ( পীথগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং টকজ  $\angle = \frac{1}{2}$  জকয  $\angle$  । ( মসম অহুদকা ) ।

মাম মামবা রাশীশিং অসি ভিন্নশিন্নগা

টকজ  $\angle +$  টকজ  $\angle = \frac{1}{2}$  জকয  $\angle + \frac{1}{2}$  জকয  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

হোজিক টকজ ত্রিভুজদা,

টকজ  $\angle +$  টকজ  $\angle +$  জটক  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি ।

( ১৬তবা উঃ ) ।

তোইগুসুং টকজ  $\angle +$  টকজ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

মথকী মামবা রাশীশিং অসিদগী অকোনবগী মামবা রাশীশিং  
অসি খায়দোকলগা

জটক  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহু—ত্রিভুজগী ভূমি অহু মাইকৈ অনিমক্তা শাংদোকলগা  
বোকাপা মপান থংবা কোণ অনি অহুগী ভিন্নশিন্দুনা বোকাপা  
অহুদগী মতোনগী কোণ অহু খায়দোকলবদি খায়দোকলুনা বোকাপা  
অহু সমকোণ অনিগা মাইম জায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডথুম—কথগ ত্রিভুজগী থগ ভূমি  
অসি মাইকৈ অনিমক্তা চ অমসুং ছ বিন্দুদা  
শাংদোকলে ।



কখচ  $\angle +$  কগছ  $\angle -$  খকগ  $\angle =$  সম  $\angle$

অনি হায়বসি প্রমাণ ভৌগদবনি ।

প্রমাণ—কখচ অমসুং কথগ কোণ অনি অসি ভাইনবা কোণনি ;

$\therefore$  কখচ  $\angle +$  কথগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি । ( ১৭তবা উঃ )

অমূলক কগছ অমূলক কগখ কোণ অর্থাৎ অসি তাইনবা কোণনি ;

∴ কগছ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অর্থাৎ । ( ১৮৩ উঃ ) ।

অকোনবগী মাল্লবা রাশীখিঙ্গা অকোনবগী মাল্লবা রাশীখিঙ্গা  
ভিন্নশিল্পগা

কগচ  $\angle$  + কগছ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  = সম  $\angle$  মরি ।

ভৌইগুহ্মঃ কখগ ত্রিভুজগী

কখগ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  + খকগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অর্থাৎ ।

( ১৮৩ উঃ ) ।

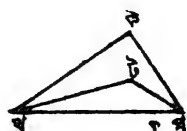
মখকা মাল্লবা রাশীখিঙ্গা অসিগী অকোনবগী মাল্লবা রাশীখিঙ্গা  
অসি খ'য়দোকলগা

কগচ  $\angle$  + কগছ  $\angle$  - খকগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অর্থাৎ ।

অঃ উঃ হঃ ।

৬। বাহু—কখগ ত্রিভুজগী খ অমূলক গ কোণ মখংখিৎনা  
খট অমূলক গট না তজ্জাই তান' খ'য়দ কলে । খটগ কোণ  
=  $৯০^\circ + \frac{\text{ক কোণ}}{২}$  হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডথুম—কখগ ত্রিভুজগী খ অমূলক  
গ কোণ মখংখিৎনা খট অমূলক গট না  
তজ্জাই তানা খ'য়দোকলে ।



খটগ  $\angle$  =  $৯০^\circ + \frac{\text{ক কোণ}}{২}$  হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

## প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{কথগ } \angle + \text{খগক } \angle + \text{খকগ } \angle = ১৮০^\circ ।$$

( ১৬ত্ববা উ: ) ।

$$\therefore \frac{১}{২} \text{ কথগ } \angle + \frac{১}{২} \text{ খগক } \angle + \frac{১}{২} \text{ খকগ } \angle = ৯০^\circ ।$$

$$\text{অমুক হম্মা টখগ } \angle = \frac{১}{২} \text{ কথগ } \angle । \quad ( \text{পীবগী মতুং ইম্মা} ) ।$$

$$\text{অমসুং টগখ } \angle = \frac{১}{২} \text{ খগক } \angle । \quad ( \text{মরম অছমক্কা} ),$$

## তোইশ্বসুং টখগ ত্রিভুজগী

$$\text{খটগ } \angle + \text{টখগ } \angle + \text{টগখ } \angle = ১৮০^\circ ।$$

$$\text{হায়বদি, খটগ } \angle + \frac{১}{২} \text{ কথগ } \angle + \frac{১}{২} \text{ খগক } \angle = ১৮০^\circ ।$$

$$\text{অছগা } \frac{১}{২} \text{ খকগ } \angle + \frac{১}{২} \text{ কথগ } \angle + \frac{১}{২} \text{ খগক } \angle = ৯০^\circ ।$$

( প্রমাণ তোথে ) ।

মথকী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবা মান্নবা রাশীশিং অসি  
খায়দোক্লগা

$$\text{খটগ } \angle - \frac{১}{২} \text{ খকগ } \angle = ৯০^\circ ।$$

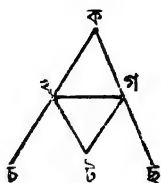
$$\text{অমুক, মান্নবা রাশী অনি মক্তা } \frac{১}{২} \text{ খকগ } \angle \text{ হাপচিল্লগা,}$$

$$\text{খটগ } \angle = ৯০^\circ + \frac{১}{২} \text{ খকগ } \angle ।$$

অ: উ: হি:।

৭। বাহং—কথগ ত্রিভুজগী কথ অমসুং কগ শাংদোক্লগা  
ধোকপা মপান থংবা কোণ অনি খট অমসুং গট না তঝ্খাই তানা  
খায়দোক্রে।  $\text{খটগ কোণ} = ৯০^\circ - \frac{\text{ক কোণ}}{২}$  হায়বা প্রমাণ তো।

**পাণ্ডুম**—কথগ ত্রিভুজগী কথ অমসুং  
কগ বাহু অনি অসি চ অমসুং ছ বিন্দুদা  
শাংদোকুনা থোকলিবা মপানগী চখগ অমসুং  
ছগথ কোণ অনি অসি মথংশিংনা খট অমসুং  
গট না তজ্জাই তানা খায়দোক্র ।



খটগ  $\angle = ৯০ - \frac{\text{ক কোণ}}{২}$  ছায়বা প্রমাণ তৌগদবনি ।

**প্রমাণ**—কথগ অমসুং চখগ অনি অসি তাইনবা কোণনি ;

$$\therefore \text{কথগ } \angle + \text{চখগ } \angle = ১৮০ \quad ( \text{ব উঃ} ) ।$$

অমুক, কগথ অমসুং ছগথ অনি অসি তাইনবা কোণনি ;

$$\therefore \text{কগথ } \angle + \text{ছগথ } \angle = ১৮০ \quad ( \text{১ব উঃ} ) ।$$

অহানবা অমসুং অকোনবগী মান্নবা রাশাংশিং অসি ত্রিম-  
শিল্লগা,

$$\text{কথগ } \angle + \text{কগথ } \angle + \text{খগথ } \angle + \text{ছগথ } \angle = ৩৬০ \quad ।$$

$$\therefore ১ \text{ কথগ } \angle + ১ \text{ কগথ } \angle + ১ \text{ চখগ } \angle + ১ \text{ ছগথ } \angle = ৮০ \quad ।$$

$$\text{অত্থগা টখগ } \angle = ১ \text{ চখগ } \angle, \quad ( \text{পীবগী মতুং ইমা} ) ।$$

$$\text{অমসুং টগথ } \angle = ১ \text{ ছগথ } \angle ; \quad ( \text{মবম অহমক্কা} )$$

$$\therefore ১ \text{ কথগ } \angle + ১ \text{ কগথ } \angle + \text{টখগ } \angle + \text{টগথ } \angle = ১৮০ \quad ।$$

তোইগুমসুং, টখগ ত্রিভুজগী,

$$\text{টখগ } \angle + \text{টগথ } \angle + \text{খটগ } \angle = ১৮০ \quad ।$$

$$\therefore \text{টখগ } \angle + \text{টগথ } \angle + \text{খটগ } \angle$$

$$= ১ \text{ কথগ } \angle + ১ \text{ কগথ } \angle + \text{টখগ } \angle + \text{টগথ } \angle \quad ।$$



মাম্ববা রাশী অনিমক্তগী টখগ  $\angle$  + টগথ  $\angle$  লৌথোক্লগা

$$\text{খটগ } \angle = ২ \text{ কথগ } \angle + ২ \text{ কগথ } \angle ।$$

অমুক হমা. কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{কথগ } \angle + \text{কগথ } \angle + \text{খকগ } \angle = ১৮০ ।$$

( ১৬ত্বা উঃ ) ।

$$\therefore ২ \text{ কথগ } \angle + ২ \text{ কগথ } \angle + ২ \text{ খকগ } \angle = ২০০ ।$$

মাম্ববা রাশী অনিমক্তগী ২ খকগ  $\angle$  লৌথোক্লগা

$$২ \text{ কথগ } \angle + ২ \text{ কগথ } \angle = ২০০ - ২ \text{ খকগ } \angle ।$$

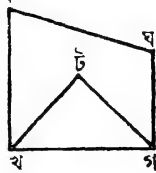
$$\therefore \text{খটগ } \angle = ২০০ - ২ \text{ খকগ } \angle ।$$

অঃ উঃ হিঃ

৮। হাহং - চতুর্ভুজগী থংনবা কোণ অনিগী তছাই তানা খায়ব লৈই অনিগী মরক্তা লৈবা কোণ অত্ লেমহোবা কোণ অনি তিনশিন্দুনা থোকপা অত্গী তছাইনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—কথগচ চতুর্ভুজগী কথগ, খগঘ ক হাঃবা থংনবা কোণ অনি অসিবু খট অমস্থং গট না মথংশিংনা তছাই তানা খায়দোকই।

খটগ কোণ অসি লেমহোবা খকঘ অমস্থং কঘগ কোণ অনি অসিগী তিনশিন্দুনা থোকপা অত্গী তছাইনি হায়বদি খটগ  $\angle = ২$  ( কঘগ  $\angle$  + খকঘ  $\angle$  ) হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।



প্রমাণ—কথগ চতুর্ভুজগী

$$\text{কথগ } \angle + \text{খগঘ } \angle + \text{কঘগ } \angle + \text{খকঘ } \angle$$

$$= \text{সম } \angle \text{ মরি।} \quad ( ১৬শ্রবা উঃ দগী খঙবা নং ৫ ) ।$$

$$\therefore ১ \text{ কথগ } \angle + ২ \text{ খগঘ } \angle + ৩ \text{ কঘগ } \angle + ৩ \text{ খকঘ } \angle \\ = \text{সম } \angle \text{ অনি।}$$

অমুক, টখগ ট্রিভুজগী,

$$\text{টখগ } \angle + \text{ংগট } \angle + \text{খটগ } \angle = \text{সম } \angle \text{ অনি।}$$

$$( ১৮শ্রবা উঃ ) ।$$

$$\text{তোই গুহম্মু, টখগ } \angle = ১ \text{ কথগ } \angle, \quad ( \text{পীবগী মতুং ইল্লা} ) ।$$

$$\text{অম্মু, খগট } \angle = ৩ \text{ খগঘ } \angle ; \quad ( \text{মরম অহুমকী} ) ।$$

$$\therefore ২ \text{ কথগ } \angle + ৩ \text{ খগঘ } \angle + \text{খটগ } \angle = \text{সম } \angle \text{ অনি।}$$

$$\text{অতুগী } ২ \text{ কথগ } \angle + ২ \text{ খগঘ } \angle + ৩ \text{ কঘগ } \angle + ২ \text{ খকঘ } \angle \\ = \text{সম } \angle \text{ অনি।} \quad ( \text{প্রমাণ তোখে} ) ।$$

$$\therefore ১ \text{ কথগ } \angle + ৩ \text{ খগঘ } \angle + \text{খটগ } \angle$$

$$= ২ \text{ কথগ } \angle + ১ \text{ খগঘ } \angle + ৩ \text{ কঘগ } \angle + ৩ \text{ খকঘ } \angle ।$$

মানবা বাশি অনিমিত্তগী ৩ কথগ  $\angle$  + ৩ খগঘ  $\angle$  লেখোক্তগা,

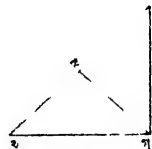
$$\text{লেন হোব, খটগ } \angle = ৩ \text{ কঘগ } \angle + ৩ \text{ খকগ } \angle$$

$$= ৩ ( \text{কঘগ } \angle + \text{খকগ } \angle ) ।$$

অঃ উঃ হিঃ ।

৯। বাহু—কথগ সমদ্বিব'ল ত্রিভুজগী খক বাহু অসি ক ম'শনগী মাইকৈরোমদা ঘ ফাওবা শারদোকহল্লগা, কঘ শরক অসি খক গা মানহলে। ঘগ নৈই চিংহুনা খগঘ কোণ অসি সমকোণ অমনি হায়বা উংলু।

পাওখুম—কথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী থক  
ব'ছ অসি ক মতোনগী মাইকৈরোমদা ধ ফাওবা  
কঘ গা থক গা মান্ননবা শাংদোকলে, অমস্ত  
ঘগ শমজিন্নরে।



থগঘ অসি সমকোণ অমনি হায়বা প্রমাণ তে গদবনি।

প্রমাণ—কথগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী

$$\text{থক} = \text{গক}; \quad (\text{পীৰগী মত্ৰ হৈম্মা})$$

$$\text{অতুগা থক} = \text{কঘ}; \quad (\text{মরম ত্তুম্বর})$$

$$\therefore \text{গক} = \text{কঘ}।$$

কৌজিক কগঘ ত্রিভুজগী

$$\text{কঘ} = \text{কগ};$$

$$\therefore \text{কগঘ} \angle = \text{কঘগ} \angle।$$

অমুক কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{কথ} = \text{কগ};$$

$$\therefore \text{কগথ} \angle = \text{কথগ} \angle।$$

$$\text{অতুগা কগঘ} \angle = \text{কঘগ} \angle। \quad (\text{প্রমাণ তৌম্মে})$$

অহানবগী অমস্ত অকোনবগী মান্নব র শীশং অসি িন্ন-  
শিল্লগ।

$$\text{কগথ} \angle + \text{কগঘ} \angle = \text{কথগ} \angle + \text{কঘগ} \angle$$

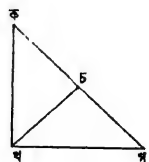
$$\text{হায়বদি, অপুনবা থগঘ} \angle = \text{ঘথগ} \angle + \text{থঘগ} \angle = 2 \times 100^\circ$$

$$= 200। \quad (১৬ত্তবা উঃ দগী থওবা নং ৪।$$

অঃ উঃ হিঃ।

১০। বাহু—সমকোণী ত্রিভুজগী সমকোণ অমন্তুং কর্ণগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অহু কর্ণগী তজ্জাইনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কথগ সমকোণী ত্রিভুজগী কথগ সমকোণগী খ বিন্দুগা কগ কর্ণগী ময়ায়গী চ বিন্দুগা শমজিন্নরে।



খচ অসি কগ কর্ণগী তজ্জাইনি হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

চ অসি কগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

$$কচ = গচ = \frac{১}{২} \times কগ$$

মরম অসিনা খচ গা কচ নত্রগা গচ গা মাম্মৈ হায়বা প্রমাণ তোরগা অহুমঙাই।

প্রমাণ—খচ গা কচ নত্রগা গচ গা মাম্মজবদি য়ারবদি খচ না কচ নত্রগা গচ দগী হেমা চাওই হায়না নিংশি।

কচখ ত্রিভুজগী

খচ না কচ দগী হেমা চাওরে ; ( নিংবগী মতুং ইয়া )।

∴  $\angle কচখ > \angle কখচ$ । ( শুভা উঃ )।

অমুক খচগ ত্রিভুজগী

খচ না গচ দগী হেমা চাওরে ; ( নিংবগী মতুং ইয়া )।

∴  $\angle চগখ > \angle গখচ$ । ( শুভা উঃ )।

অহানবগী কোণগী রাশীশিং অসিগা অকোনবগী কোণগী রাশীশিং অসিগা তিন্নশিল্লগা।

$$\text{খকচ } \angle + \text{চগখ } \angle > \text{কখচ } \angle + \text{গখচ } \angle,$$

হায়বদি, খকগ  $\angle +$  কগখ  $\angle >$  কখগ  $\angle$  অপূনবা ।

ভৌই শুম্মং কখগ সমকোণী ত্রিভুজগী

$$\text{কখগ } \angle + \text{খকগ } \angle + \text{কগখ } \angle = \text{সম } \angle \text{ অনি ।}$$

( ১৩তম উঃ ।

অতুগা কখগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা । ( পৌবনী মতং ইয়া ) ।

মাম্ববা রাশীশিংদগী অকানবগী মাম্ববা রাশীশিং অসি  
খায়দোকগা

$$\text{খকগ } \angle + \text{কগখ } \angle = \text{সম } \angle \text{ অমা ।}$$

$$\therefore \text{খকগ } \angle + \text{কগখ } \angle = \text{কখগ } \angle \text{ ।}$$

$\therefore$  মথকু 'নংবগী মতুং ইয়া প্রমাণ ত্রৈশ্রিবা

খকগ  $\angle +$  কগখ  $\angle >$  কখগ  $\angle$  হায়বা অসি শুইপোক্তু ।

মতৌ অম্মন তৌত্বন' খচ ন কচ নত্রগা গচ দগী তেয়া পিকই  
হ য়না নিংলুরবসু শুইথে কুবা পম্বুংফন অমদা ত'রৈ ।

$\therefore$  খচ গা কচ নত্রগা গচ গা ম'ম্মদে হায়না নিংবসি লারি,  
হায়বদি খচ গা কচ নত্রগা গচ গা ম'ম্ম ।

$\therefore$  খচ অসি কগ কর্ণগী তুআইনি ।

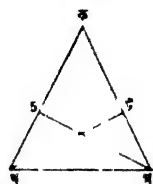
অঃ উঃ ১৫ঃ ।

ত্রিভুজগী চগ চাননা মানবগী হিরমদা নৈননবা বাহঃ

( লামাই ৭১—৭২ )

১। বাহঃ—সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী ভূমিগী আরোহীবা মচিল  
অনিগী বিন্দুদগী মায়গোকুদা বাহু অনি অদুগী মথক। চিংলিবা  
লম্ব অনি অদু মাইল হারুবা প্রমাণ জো।

পাঠ্যপুস্তক—কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী খগ  
ভূমিগী আরোহীবা মচিল থ অমসুং গ বিন্দুদগী  
কগ অমসুং কথ দা মথংশিনা খট অমসুং গচ  
লম্ব ওইনা চিংলে।



গচ গা খট গা মাইল হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কগ = কথ ;

∴ কথগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$  ( বেসা উঃ ) ।

হায়বদি, চখগ  $\angle$  = টগখ  $\angle$  ।

খচগ অমসুং গটখ ত্রিভুজ অনি অসিগী

চখগ  $\angle$  = টগখ  $\angle$ , ( প্রমাণ তথ্যে ) ।

খচগ  $\angle$  = গটখ  $\angle$ , ( যথোক্ত ত্রিভুজক সমকোণ হারি ) ।

অমসুং খগ যথোই অসিগী তিব্বা বাহুনি ;

∴ খচগ অমসুং গটখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইল ।

( ১৭তবা উঃ ) ।

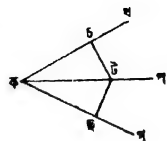
∴ গচ = খট ।

অঃ উঃ হঃ ।

২। বাহং—কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা লৈইদা লৈবা করিগুয়া বিন্দু অমা বাহু অনি ঞ্জদগী লাঙ্গা চপ মায়না লৈ হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডথুম—ট অসি খকগ কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা কপ লৈইদা লৈবা বিন্দু অমনি।

ট বিন্দু অসি কথ অমসুং কগ বাহুদগী লাঙ্গা মাম্লে হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।



কথ অমসুং কগ দা মথংশিংনা ট অমসুং টছ লম্ব চিংউ।

প্রমাণ—কচট অমসুং কছট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কচট  $\angle =$  কছট  $\angle$ ,

(মথোই থুদিংমক সমকোণ অমমমনি)।

চকট  $\angle =$  ছকট  $\angle$ ,

(পাঁবগী মতুং ইয়া)।

অমসুং কট মথোই অনিগী তিন্নবা বাহুনি;

$\therefore$  কচট অমসুং কছট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাম্লে।

(১৭তম উঃ)।

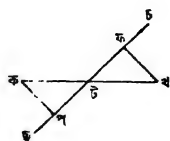
$\therefore$  টচ = টছ,

হায়বদি, ট বিন্দু অসি কথ অমসুং কগ দগী লাঙ্গা মাম্লে।

অঃ উঃ হিঃ।

৩। বাহং—কথ লৈই অচুসগী ময়ায় থংবা ট বিন্দু অসি ফাওদোজুনা লৈই অচুস্বা অমা চিংলে, অমসুং মসিগী মথক্তা ক অমসুং খ বিন্দুদগী কপ, খক লম্ব চিংলে। কপ, খক মাম্লে হায়বা প্রমাণ তো।

**পাণ্ডুম**—কথ লৈই অচুম্গী ময়্যায় থংবা  
ট বিন্দু ফাওদোজুনা চটছ লৈই অচুম্গা চিংলে  
অমসুং মসিগী মথত্কা ক অমসুং থ বিন্দুদগী  
কপ অমসুং থফ লম্ব চিংলে ।



কপ, থফ মাইলৈ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

**প্রমাণ**—কপট অমসুং থফট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কটপ  $\angle$  = থটফ প্রতীপ  $\angle$  ,

কপট  $\angle$  = থফট  $\angle$  , ( মথোই থুদিংমক সমকোণনি ) ।

অমসুং কট = থট ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কপট, থফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইলৈ ।

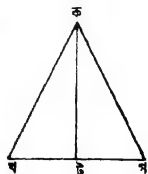
( ১৭ ত্ত্বা উঃ ) ।

$\therefore$  কপ = থফ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৪। বাহং—করিণ্ডম্বা ত্রিভুজ অমগী মতোনগী কোণবু  
তচ্ছাই তানা খায়বা লৈইনা ভুমিগী লম্ব ওইরবদি ত্রিভুজ অহু  
সমদ্বিবাহনি হায়বা প্রমাণ ভো ।

**পাণ্ডুম**—কথগ ত্রিভুজগী মতোনগী থকগ  
কোণবু তচ্ছাই তানা খায়বা কট লৈই অসি  
থগ ভুমিদা লম্ব ওই ।



কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহনি হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি ।



প্রমাণ—কখট, কগট ত্রিভুজ অনি অসিগী

খকট  $\angle$  = গকট  $\angle$ , (পীৰগী মতুং ইয়া)।

কটখ  $\angle$  = কটগ  $\angle$ , (মথোই খুদিংমক সমকোণনি)।

অমসুং কট অসি মথোই অনিগী তিন্নবা বাহানি ;

$\therefore$  কখট, কগট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইনৈ।

(১৭শ্রবা উঃ)।

$\therefore$  কখ = কগ।

$\therefore$  কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহানি।

অঃ উঃ হিঃ।

৫। ষাংগী—করিগুয়া ত্রিভুজ অনিগী মতোন থংবা বিন্দুদগী ভূমিগী মথক্তা চিংলিবা লম্বনা ভূমিবু অনি থোকা চপমাম্বনা খ'য়দোক্লবাদ, ত্রিভুজ অহু সমদ্বিবাহানি জায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী মতোনগী বিন্দু ক দগী খগ ভূমিগী মথক্তা চিংবা কঘ লম্বনা ভূমিবু তজ্জাই তানা খায়দোকই।

কখগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহানি হায়বা

প্রমাণ তোগদবনি।

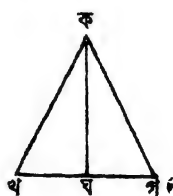
প্রমাণ—কখঘ, কগঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী

খঘ = গঘ, (পীৰগী মতুং ইয়া)।

কখ মথোই অনিগী তিন্নবা বাহানি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কঘখ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা কঘগ  $\angle$  ;

(মথোই খুদিংমক সমকোণনি)



∴ কথঘ, কগঘ ত্রিভুজ অসি মশা পুন্নমক মাইনৈ ।

( ৪৩বা উঃ ) ।

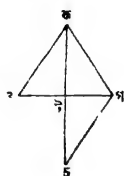
∴ কথ = কগ ।

∴ কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহু—করিগুহা ত্রিভুজ অমগী মতোন থংবা কোণবু তছাই তানা খায়বা লৈইনা ভূমিবু অসি থোকা চপমাননা খায়দোক্লবদি, ত্রিভুজ অতু সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাওখুম—কথগ ত্রিভুজগী মতোনগী খকগ কোণবু বট না তছাই তানা খায়দোক্লগা খগ ভূমিবুসু অসি থোকা চপমাননা খায়দোকই ।



কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

কট বু চ বিন্দু ফাওবা কট, টচ মাননবা খংদোকউ অমসুং গচ শমজিন্নৌ ।

প্রমাণ—কথট, চগট ত্রিভুজ অসি অসিগী

খট = গট, ( গীবগী মতুং ইয়া ) ।

কট = চট, ( য়েকগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং মরক্তা লৈবা কটখ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা চটগ  $\angle$  ;

( প্রতীপ কোণ ওইবা মরয়া ) ।

∴ কথট, চগট ত্রিভুজ অসি মশা পুন্নমক মাইনৈ ।

( ৪৩বা উঃ ) ।

$\therefore$  কথ = গচ ;

অমসুং থকট  $\angle$  = গচট  $\angle$  ।

তোইগুস্বসুং থকট  $\angle$  = গকট  $\angle$  । ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  গচট  $\angle$  = গকট  $\angle$ , হায়বদি গচক  $\angle$  = গকচ  $\angle$  ।

হৌজিক কগচ ত্রিভুজগী

গকচ  $\angle$  = গচক  $\angle$  ;

$\therefore$  গচ = কগ । ( ৩৩বা উঃ ) ।

তোইগুস্বসুং কথ = গচ । ( প্রমাণ তোথে ) ।

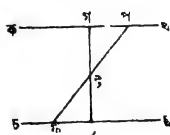
$\therefore$  কথ = কগ ।

$\therefore$  কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহং—সমান্তর লৈই অচুস্বা অনিনা গুমথে ওইবা লৈই অচুস্বা অমগী ময়ায় থংবা বিন্দু অহু সমান্তর লৈই অচুস্বা অনি অহুদগী লাপ্লা চপমায়না লৈ হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডথুম—কথ, চহ সমান্তর ওইবা লৈই অনিনা গুমথে ওইবা পফ লৈইগী ট অসি ময়ায়গী বিন্দুনি ।



ট বিন্দু অসি কথ অমসুং চহ দগী লাপ্লা চপমায়ৈ হায়বা প্রমাণ তোগদবনি ।

কথ দা লম্ব ওইনা কথ অমসুং চহ বু মথংশিৎনা গ অমসুং ঠ দা উননবা গটঠ লৈই চিংউ ।

কথ, অমসুং চহ সমান্তর ওইবা মরয়া গটঠ অসি চহ দহ লম্ব ওইগনি । ( ১৪৩বা উঃ গী নৈননবা বাহং ) ।

প্রমাণ—টগপ, টফঠ ত্রিভুজ অনি অসিগৌ

গটপ  $\angle =$  ঠটফ  $\angle$ , ( প্রভৌপ কোণ ওইবা মরমা ) ।

পগট  $\angle =$  ফটট  $\angle$ , ( মথোই থুদিংমক সমকোণনি ) ।

অমসুং পট = ফট; ( পৌবগী মতুং ইমা ) ।

$\therefore$  টগপ, টফঠ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ ।

( ১৭শ্ববা উঃ ) ।

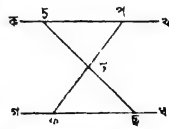
$\therefore$  টগ = টঠ ।

$\therefore$  ট বিন্দু অসি কথ অমসু চছ দগী লাপ্লা চপমামৈ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৮। বাহং—সমান্তর লৈই অচুশা অনিনা ওমথৈ ওইবা করিঙশা লৈই অচুশা অমগী ময়ায়থংবা বিন্দু ফাওদে কুনা য়েকলিবা অতোপ্লা করিঙশা লৈই অচুশা অমা হায়রিবা সমান্তর লৈই অচুশা অনি অচুনা ওমথৈ ওইবদি লৈই অসি হায়থিবা ময়ায় থংবা বিন্দুদা মান্ননা অনিথোক্কা খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—ট অসি কথ, গঘ হায়বা সমান্তর লৈই অনি অসিনা ওমথৈ ওইবা পফ লৈই অচুশগী ময়ায়গী বিন্দুনি ; অমসুং কথ অমসুং গঘ না ওমথৈ ওইচুনা ট বিন্দু ফাওদোকুনা চছ লৈই অচুশা চিংলে ।



চছ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্কা মান্ননা খায়দোকই, হায়বদি টচ অমসুং টছ মামৈ হায়বসি প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথ অমসুং গঘ সমান্তরনি, অমসুং পফ না মথোইবু প  
অমসুং ফ বিন্দুদা উনরি ;

$$\therefore \text{চপট } \angle = \text{একান্তর ছফট } \angle \quad (১৪ত্বা উঃ)।$$

হেঁজিক, চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসিগী

$$\text{চপট } \angle = \text{ছফট } \angle, \quad (\text{প্রমাণ তৌথে,})।$$

$$\text{চটপ } \angle = \text{ছটফ প্রতীপ } \angle, \quad (৩ত্বা উঃ)।$$

$$\text{অমসুং টপ} = \text{টফ}; \quad (\text{পৌবগী মতুং ইমা})।$$

$\therefore$  চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মারৈ।

$$(১৭ত্বা উঃ)।$$

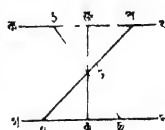
$$\therefore \text{টচ} = \text{টছ},$$

হাৱবদি, ছে বু ট বিন্দুদা মান্ননা অনি থোকা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৯। বাহং—সমান্তর সরল রেখা অনিদর্শী লাগ্না চপমান্নবা  
করিগুয়া বিন্দু অমা ফাওদোকুনা সমান্তর লৈই অনি অছু ককা  
লৈই অচুয়া অনি চিংলবদি সমান্তর লৈই অনি অতুগী মথোইনা  
ককথৎপ মতুপ অনি অছু মান্নগনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—কথ, গঘ সমান্তর লৈই অনি-  
দর্শী লাগ্না মান্নবা ট বিন্দু ফাওদোকুনা সমান্তর  
লৈই অনি অসিনা ওমথে ওইতুনা ছে অমসুং  
পফ লৈই অচুয়া অনি চিংলে।



চপ অমসুং ফছ মারৈ হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি  
ট ফাওদোকুনা জবা অসি কথ দা লম্ব ওইনা চিংউ ;  
অছু ওইবদি জবা অসি গঘ দম্ব লম্ব ওইগনি।

প্রমাণ—টপজ, টফবা ত্রিভুজ অনি অসিগী

জটপ  $\angle$  = ঝটফ প্রতীপ  $\angle$ , ( ৩৩৩বা উ: ) ।

টজপ  $\angle$  = টফফ  $\angle$ , ( মথোই খুদিংমক সমকোণনি ) ।

অমসুং টজ = টবা ; ( পীবগী মতং ইয়া ) ।

$\therefore$  টপজ, টফবা ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ ।

( ১৭৩৩বা উ: ) ।

$\therefore$  টপ = টফ ।

অমুক কথ, গঘ সমান্তরনি অমসুং পফ না মথোইবু প  
অমসুং ফ বিন্দুদা উনৈ ;

$\therefore$  চপট  $\angle$  = একান্তর টফছ  $\angle$  । ( ১৪৩৩বা উ: ) ।

চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসিগী

চপ  $\angle$  = ছটফ প্রতীপ  $\angle$ , ( ৩৩৩বা উ: ) ।

চপট  $\angle$  = ছফট  $\angle$ , ( মথোই একান্তর কোণনি ) ।

অমসুং চপ = টফ ; ( প্রমাণ তে থে ) ।

$\therefore$  চপট, ছফট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ ।

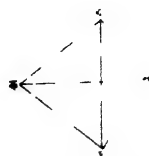
( ১৭৩৩বা উ: ) ।

$\therefore$  চপ = ছফ ।

অ: উ: হি: ।

১০। ঝাইং—কথগঘ চতুর্ভুজ অমগী কথ = কঘ অমসুং  
খগ = ঘগ ; কগ কর্ণনা মাদুনা শমজিন্নবা কোণ অনি অহুগী  
কোণ খুদিংমক অনি থোকা মামনা খায়দোকই অমসুং খঘ গী  
মথস্কা লম্ব ওই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কথগঘ চতুর্ভুজগী কথ = কঘ  
 অমসুং খগ = ঘগ, অমসুং কগ অমসুং খঘ কণ  
 চিংবদা ট বিন্দুদা কররে।



(১) কগ না খকঘ অমসুং খগঘ কোণ  
 খুদিংবু তজ্জাই তানা খায়দোকই, অমসুং (২) কগ না খঘ দা  
 লম্বনি হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

প্রমাণ—(১) কথগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কথ = কঘ, (পীংগী মতঃ ইয়া)।

খগ = ঘগ, (মরম অতুমক)।

অমসুং কগ মখোই অনিগী তিন্নবা বাহ্নি;

∴ কথগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাসে।

( ৭ত্বা উ: )।

∴ খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$ ,

অমসুং খগক  $\angle$  = ঘগক  $\angle$ ,

হায়বদি কগ না খকঘ অমসুং খগঘ কোণ খুদিংবু তজ্জাই  
 তানা খায়দোকই।

(২) কখট, কঘট ত্রিভুজ অনি অসিগী

কখ = কঘ, (পীংগী মতঃ ইয়া)

কট মখোই অনিগী তিন্নবা বাহ্নি,

অমসুং মরক্তা লৈবা খকট  $\angle$  = মরক্তা লৈবা ঘকট  $\angle$  ;

( প্রমাণ তোখে )।

∴ কখট, কঘট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাসে।

( ৮ত্বা উ: )।

$\therefore$  কটখ  $\angle =$  কটঘ  $\angle$  ।

মখোই অসি তাইনবা কোণনি ;

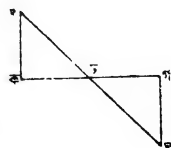
$\therefore$  কট অসি খঘ দা লম্ব ওইরে, (সংজাগী মতুং ইয়া) ।

হায়বদি, কগ অসি খঘ দা লম্ব ওই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১১। বাহং—কনাগুয়া আমিন অমনা তুরেল অমগী মরাক ওনগে হায়না নিংলে । তুরেল অতু লানবগী খুদেং চাবা লৈত্রে । মরম অছনা মজারু তুরেলগী মপান্দা ক বিন্দুগী মথক্তা লেপ্তহুনা রাংমদা চুমদ্রিং চুম্মা (মপা চপ চাননা) খ বিন্দু অসি হেংছনা লেপথোক্রে । অতুদগী কথ লৈইগা সমকোণ তে'ছনা শাংহমিংবা শাংহন্দুনা কগ হায়বা লৈই অমা চিংলে, অমসুং কগ বু ট বিন্দুদা অনি থারু মাখনা খায়দোক্রে । অতুগী মতুংদা গ দগী কগ গী মথক্তা লম্ব ওইবা লম্বীদা অগুক চংলকপদা ট অমসুং খ বু মাইকৈ অমতদা উবা বিন্দু অমা ফংলে । বিন্দু অতুগী মমিং ঘ থোল্লছনা গঘ লৈইগী অশাংবা ওল্লে । শাংলিবা অসিমক তুরেল অতুগী মরাকনি হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাণ্ডুম—কথ না তুরেলগী মরাকনি :  
ট অসি তোর্বানগী মরিন্দা কথ দা লম্ব ওইবা  
কগ গী ময়ামগী বিন্দুনি ; অমসুং খট শম-  
জিমছনা শাংদোকপদা কগ দা লম্ব ওইবা লম্বী  
গঘ লৈই অচুম্বু ঘ বিন্দুদা কক্রে ।





কথ হায়বা তুরেল মরাক অসিগা গঘ গা মামৈ হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কথ অমসুং গঘ অসি কগ লৈই অচুন্দা মখোই অনি-  
মক লম্ব ওই ;

∴ কথ গা গঘ গা সমান্তর ওই ।

অমুক কথ অমসুং গঘ সমান্তরনি, খঘ না মখোইবু খ  
অমসুং ঘ বিন্দুদা উঠৈ ;

∴ কথঘ  $\angle$  = একান্তর গঘখ  $\angle$  ,

হায়বদি কথট  $\angle$  = গঘট  $\angle$  ।

হোজিক, কথট, গঘট ত্রিভুজগী অনি অসিগী

কথট  $\angle$  = গঘট  $\angle$  , ( প্রমাণ ভোণে ) ।

খকট  $\angle$  = ঘগট  $\angle$  , ( মখোই খুদিংমক সমকোণনি ) ।

অমসুং কট = গট ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ কথট, গঘট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ ।

( ১৭শুবা উঃ ) ।

∴ কথ = গঘ ।

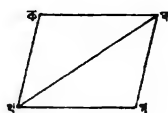
∴ গঘ ওনবগা, তুরেল মরাক কথ ওনবগা মামৈ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

( লামাই ৮৭-৮৮ )

১ । বাহং—চতুভুজগী মায়ে'রুবা বাছমখৈ মান্নরবদি চতুভুজ  
অহু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ ভো ।

**পাণ্ডুম**—কথগঘ চতুর্ভুজগী মায়েক্রবা  
কঘ, খগ বাহুং অসি মামৈ, অমন্তং মা-  
য়েক্রবা কঘ, ঘগ বাহুং অসি মামৈ ।



কথগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি ।

খঘ শমজিম্নো ।

**প্রমাণ**—কথঘ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কথ = ঘগ, ( পীবগী মতং ইয়া ) ।

কঘ = খগ, ( মরম অহমক্কা ) ।

অমন্তং খঘ মথোই অনিমকৌ তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কথঘ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ ।

( ৭ত্বা উঃ ) ।

∴ কঘখ  $\angle$  = গখঘ  $\angle$  ।

তোইগুন্মন্তং মথোই অসি একান্তর কোণ ঙাক্রি ;

∴ কঘ গা খগ গা সমান্তর ওই । ( ১০ ত্বা উঃ ) ।

মতো অসুম তোহুনা কগ শমজিম্নরগা

কথ গা ঘগ গা সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ ভোবা যাই ।

∴ কথগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি ।

অঃ উঃ বিঃ ।

২। বাহুং—চতুর্ভুজগী মায়েক্রবা কোণ মথৈ মান্নরবদি  
চতুর্ভুজ অহ সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ ভো ।

পাওখুম—কথগঘ চতুর্ভুজগী মায়ে ক্রবা  
কথগ অমসুং কঘগ কোণ মাইনৈ; অহুগা মায়েক্রবা  
খকঘ অমসুং খগঘ কোণসু মাইনৈ।



কথগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ তৌগদবনি।

প্রমাণ—কথগঘ চতুর্ভুজগী

$$\text{কথগ } \angle = \text{কঘগ } \angle, \quad (\text{পীবগী মতুং ইয়া})।$$

$$\text{অমসুং খকঘ } \angle = \text{খগঘ } \angle, \quad (\text{মরম অতমক্কা}) ,$$

অহানবগী মান্নবা কোণশিং অসিদা অকোনবগী মান্নবা  
কোণশিং অসি তিম্মিশিল্লবদি,

$$\text{কথগ } \angle + \text{খকঘ } \angle = \text{কঘগ } \angle + \text{খগঘ } \angle।$$

তৌইশুমসুং কথগঘ চতুর্ভুজগী

$$\begin{aligned} &\text{কঘগ } \angle + \text{খগঘ } \angle + \text{খকঘ } \angle + \text{কথগ } \angle \\ &= \text{সম } \angle \text{ মরি। } \quad (১৬শুবা উঃ গী খঙবা নং ১)। \end{aligned}$$

$$\therefore \text{কথগ } \angle + \text{খকঘ } \angle = \frac{\text{সম } \angle ৪}{২} = \text{সম } \angle ২।$$

হৌজিক, কঘ অমসুং খগ বু কথ না ক অমসুং খ দা উম্মরগা,

$$\text{নাকল অমঙগী মনুংগী কথগ } \angle + \text{খকঘ } \angle = \text{সম } \angle ২।$$

$$\therefore \text{কঘ অমসুং খগ সমান্তর ওই।} \quad (১৩শুবা উঃ)।$$

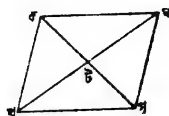
মতৌ অসুম তৌছনা কথ অমসুং খগ সু সমান্তর ওই হায়বা  
প্রমাণ তোব য়াই।

$\therefore$  কথগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ ১২ঃ।

৩। বাহু—চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অমনা অমবু অনিথোক, চপ মাননা কল্পবদি চতুর্ভুজ অহু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—কথগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু চপ মাননা অনি থোকনা ট বিন্দুদা ককনৈ।



কথগঘ চতুর্ভুজ অসি স সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ ভৌদনি।  
প্রমাণ—কটখ, গটঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কট = গট,                      পীবগ মতুং ইল্ল।।

খট = ঘট,                      ( মবম অন্তরঙ্গ )

অমসুং মরক্ত লৈবা কটখ  $\angle$  = মরক্ত লৈবা গটঘ  $\angle$  ;

( প্রতীপ .কণ ওইবা মরয়া )।

$\therefore$  কটখ, গটঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাম্নৈ।

( ৪ত্তবা উঃ )।

$\therefore$  খকট  $\angle$  = টগঘ  $\angle$ ,

হায়বদ খকগ  $\angle$  = কগঘ  $\angle$ ।

মথোই অসি একান্তর কোণ নি।

$\therefore$  কথ অমসুং ঘগ সমান্তরনি।                      ( ১৩ত্তবা উঃ )।

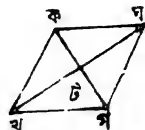
মতো অমসু ভৌদুনা কঘ অমসুং খগ সূ সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ ভৌবা য়াই।

$\therefore$  কথগঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৪। বাং—সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণ অনি অমনা অমবু সমকোনদা অ'নি থোঁক্কা চপ মাম্ননা ককই হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডথুম—কথগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী  
কগ অমসুং খঘ অনি অসি কর্ণনি।



কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা অমবু সমকোনদা অনি থোঁক্কা চপ মাম্ননা ককই হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

প্রমাণ - কথঘ, খগঘ ত্রিভুজগী

কথ = গথ, (পাঁবগী মতুং ইন্ন )

কঘ = গঘ, (মরম অত্মক্কা )।

অমসুং খঘ মখোই অনিমকী তিন্নবা বাহনি ;

∴ কথঘ, খগঘ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাম্নৈ।

( ১তম উঃ )।

∴ কথঘ  $\angle$  = গথঘ  $\angle$ ,

ভায়বদি কথট  $\angle$  = গথট  $\angle$ ।

অমুক কথট, গথট ত্রিভুজগী

কথ = গথ,

খট অসি মখোই অনিগী তিন্নবা বাহনি,

অমসুং মরম লৈবা কথট  $\angle$  = মরম লৈবা গথট  $\angle$  ;

∴ কথট, গথট ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাম্নৈ।

( ২ তম উঃ )।

∴ কট = গট ।

অমুক কটখ  $\angle$  = গটখ  $\angle$  ।

মথোই অসি তাইনবা কোণনি ।

∴ কটখ, গটখ কোণ খুদিংমক সমকোণনি ।

∴ খট অসি কগ দা নম্ব ওই ।

কট = গট প্রমাণ তোথ্রে ।

মতো অদুগুয়া খট = ঘট হায়বা প্রমাণ তোবা যাই ।

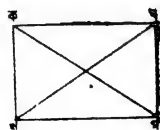
∴ কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজী কগ অচম্বুং কঘ কর্ণ অনি

অমনা অম্ব সমকোণা অখোকা চপমন্ননা ককনৈ ।

অ: উ: হি: ।

৫ বাহু—সামান্তরিকী কর্ণ অনি মাম্বরবদি মহাকী কোণ  
অপৃষ্ঠা সমকোণনি হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুখম—কখগঘ সামান্তরিকী কগ  
অম্বুং খঘ কর্ণ অনি অসি মাম্নৈ ।



কখগঘ সামান্তরিকী কোণ অপৃষ্ঠা সমকোণনি হায়বা  
প্রমাণ তোগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ, ঘগখ ত্রিভুজী

কখ = ঘগ, ( পী:বগী মতং ইয়া ) ।

কগ = ঘখ, ( মরম অদুগুয়া ) ।

অমসুং খগ অসি মখোই অনিমকী তিন্নবা বাহুনি ;

∴ কখগ, ঘগখ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাইনৈ ।

( ৭ তবা উঃ ) ।

∴ কখগ  $\angle$  = ঘগখ  $\angle$  ।

তোইগুদ্বসুং কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, অমসুং খগ না মখোইবু খ অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ নাকল অমত্তগী মসুংগী কখগ  $\angle$  + ঘগখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি ।

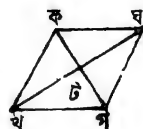
∴ কখগ, ঘগখ কোণ খুদিংমক সমকোণ অমমম ওইরে।  
মতো অসুম তোত্তনা, খবঘ, গঘক কোণ খুদিংমক সমকোণ  
অমমম ওই হায়বা প্রমাণ তোবা যাই ।

∴ কখগঘ সামান্তরিকী কোণ অপৃথক সমকোণ ওক্রি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬ . বাহুং—আয়ত ওইদবা সামান্তরিকী কর্ণ অনি মাহুদে  
হায়বা প্রমাণ তো ।

পাওখুম—কখগঘ সামান্তরিক অসি  
আয়ত ওইদে, হায়বাদ মসিগী মসুংগী বাণ  
অমতা সমকোণ ওইদে ।



কখগঘ সামান্তরিকী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মাহুদে  
হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—যারবদি কখগঘ সামান্তরিকী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি  
অসি মাইনৈ হায়না নি লি ।

হৌজিক কথগ, ঘগথ ত্রিভুজ অনিগী

কথ = ঘগ, ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

কগ = খঘ, ( নিংবগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং খগ মথোই অনিমকী ত্রিভুজ বাহ্নি ;

∴ কথগ, ঘগথ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাইয়ে ।

( ৭৩বা উঃ ) ।

∴ কথগ  $\angle$  = ঘগথ  $\angle$  ।

তোইগুসুসুং কথ অমসুং ঘগ সমাস্তরনি, অমসুং খগ না  
মথোইবু খ অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ কথগ  $\angle$  + ঘগথ  $\angle$  = সম  $\angle$  অনি । ( ১৪৩ব উঃ ) ।

∴ কথগ, ঘগথ কোণ খুদিংমক সমকোণ ওইরে, মসিদি  
পীবগী মতুং ইয়া ওইথোক্তে ।

∴ কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মাইয়ে হায়ন নিংবা  
লাল্লি, হায়বদি কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মায়দে ।

অঃ হিঃ উঃ ।

সমাস্তর অমসুং সামাস্তরিকী মরীদা নৈনবা বাহ্নি ।

( তআই তানবা অমসুং মথক্তা ধাজংগা )

( লামাই ৮৮ - ৯০ )

১। বাহ্নি—সমবাহু চতুর্ভুজবু কর্ণ অমদা থুগবদি থুগিবা  
অজ্জগী নাকল অনিমক্তা লৈবা ত্রিভুজ অনিমক পুমহিনতিমৈ  
নত্রগা সমবাহু চতুর্ভুজগী কর্ণগী নাকলদা লৈবা শরক অনি অহ  
চপ চামবা তআইনী হায়বা প্রমাণ তো ।



পাওখুম—কথগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী

কগ অমসুং খঘ কণ শমজিন্নরে।

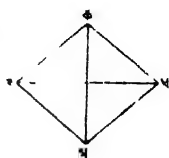
কথগঘ সমবাহু চতুর্ভুজ অসি কগ কর্ণদা।

থুপ্পবদি মসিগী নাকন অনিদা লৈবা কথগ,

কঘগ ত্রিভুজ অনি চপ চান্ননা লোন্নে, হাংবদি কগ কর্ণগী

নাকন্দা লৈবা কথগ অমসুং কঘগ শরক অনি অসি চপ চ'বা

তজ্জাইনি হাংববা প্রমাণ তৌগদবনি।



প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

খক = খগ, (পীৰগী মতুং ইয়া)।

∴ খক ∠ = খগক ∠। (১৩৮৩ উঃ)।

অমুক কঘ অমসুং খগ সমান্তরবনি, অমসুং কগ না মথোইবু  
ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ,

∴ খক ∠ = একান্তব গকঘ ∠। (১৪৩৩ উঃ)।

∴ খক ∠ = গকঘ ∠।

তৌজিক, কথগঘ সমবাহু চতুর্ভুজ অসি কগ গী মতুং ইয়া  
কথগ ত্রিভুজ অসি কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা থুপচিনশি।

অত্ওইরবদি খক ∠ = গকঘ ∠, (প্রমাণ তৌথ্রে)।

∴ কথ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা ভাগনি।

অত্ওগা কথ = কগ, (পীৰগী মতুং ইয়া)।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা তিন্নথ্রে।

∴ খগ বাহুগা গঘ বাহুগা লোন্নেথ্রে।

∴ কখগ ত্রিভুজগা কঘগ ত্রিভুজগা মশা পৃথকক পুমতিন তিন্নথ্রে,  
হায়বদি কখগ, কঘগ ত্রিভুজ খুদিংমক কখগঘ সমবাহু  
চতুর্ভুজগী তজ্জাইনী।

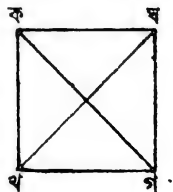
মগে অসুম তোচনা খখ কর্ণদা থুপবসু, কখঘ ত্রিভুজগা  
গখঘ ত্রিভুজগা চপ চানা লোমৈ হায়বদি ত্রিভুজ খুদিংমক  
সমবাহু চতুর্ভুজ কখগঘ গী তজ্জাইনী হায়বা প্রমাণ তোবা  
য়াই।

অঃ উঃ হিঃ।

২। স্বাহুং—বর্গক্ষেত্রগী কর্ণ অনিমক মত্গী চানবা মেকনি  
হায়বা প্রমাণ তো, অত্গা বর্গক্ষেত্রগী চানবা অতোপ্পা মেক অনি  
অত্ হায়ব।

পাণ্ডুম—কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী কগ অমসুং ক  
খখ শমজিন্নরে।

কখগঘ বর্গক্ষেত্র অসিগী কগ নত্রগা খঘ  
কর্ণ অসি মাগী চানবা মেকনি হারবা প্রমাণ  
তোগদবনি।



প্রমাণ—কখগ ত্রিভুজগী

খক = খগ, ( পীবগী মতুং ইমা )।

∴ খকগ ∠ = খগক ∠, ( শুবা উঃ )।

অমুক কঘ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু  
ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ খগক  $\angle$  = একান্তর ঘকগ  $\angle$ , ( ১৪ত্বা উঃ ) ।

∴ খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$  ।

হৌজিক, কখগঘ বর্গক্ষেত্র অসি কগ কর্ণগী মতুং ইমা কখগ  
ত্রিভুজনা কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা থুপচিনসি ,

অতু ওইরবদি,

খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$ , ( প্রমাণ তেখে ) ।

∴ কখ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অতুগা কখ = কঘ, ( পীবগী মতুং ইমা ) ।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা তিল্লগনি ;

∴ খঘ বাহুগা গঘ বাহুগা তিল্লরে :

∴ কখগ ত্রিভুজ মথ অপৃষ্ঠা কঘগ ত্রিভুজ মথ অপৃষ্ঠগা  
চপ চান্ননা তিল্লখে ।

∴ কগ কর্ণ অসি কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী মেকনি ।

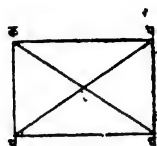
মতৌ অসুম তৌতুনা খঘ কর্ণ অসিসু কখগঘ বর্গক্ষেত্রগী  
মেকনি হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ।

কঘ, খগ মায়োরবা বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দু অনি শম-  
জিল্লবা লৈই অচুষগা অমসুং কখ, ঘগ মায়োরবা বাহু অনিগী  
ময়ায়গী বিন্দু অনি শমজিল্লবা লৈই অচুষগা অনি অসিসু কখগঘ  
বর্গক্ষেত্রগী মেক ঠাকনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৩। **বাহু**—আয়তকী কর্ণ অনিয়মিত। মাত্র পৃথক মাত্রা  
ত্রিভুজ অনিয়মিত। খায়াদোকই ; মরম অসিনা কর্ণ চানবা মেরু  
হায়বা যাগজা ? করম্বা লৈই অনিবু মাত্রগী চানবা মেরু হায়বা  
যাগে ?

**পাঠ্য**—কথগ আয়তকী কগ অমসুং  
খগ কর্ণ অসি চিলে।



কগ অমসুং খগ কর্ণ অনি অসিনা কথগ  
আয়তপু মশা পৃথক মাত্রা কথগ, কথগ  
ত্রিভুজ অমসুং কথগ, গথগ ত্রিভুজদা মথংশিনা খায়াদোকবসু,  
কর্ণ অনি অসি আয়তকী চানবা মেরু নতে হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি।

**প্রমাণ**—কথগ ত্রিভুজগী

কথ বাহুগা খগ বাহুগা মাত্রদে। ( পীথগী মেরু ইয়া )।

করিগুয়া খগ না কথ দগী হেলা চাওরবদি,

খকগ  $\angle >$  কগখ  $\angle$ । ( ১৩৩৮ উঃ )।

ভোইগুয়া, কথ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না  
মথোইবু ক অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

$\therefore$  কগখ  $\angle =$  একান্তর গকখ  $\angle$ । ( ১৪৩৮ উঃ )।

$\therefore$  খকগ  $\angle >$  গকখ  $\angle$ ।

হোজিক কথগ আয়তপু কগ কর্ণগী মাত্র ইয়া কথগ  
ত্রিভুজনা কথগ ত্রিভুজগী মথতা থুপচিনসি।

অহু ওইরবদি, খকগ  $\angle >$  গকঘ  $\angle$  । (প্রমাণ ভৌথে, ) ।

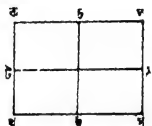
$\therefore$  কখ বাহুনা কঘ বাহুগী নাকন্দা গকঘ কোণগী মপান্দা;  
তাখিগনি ।

কখগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসি অহোংবা ফিবমদা মশা  
পৃথকক তিন্নবা য়ারবস্থ, কগ কর্ণগী মতুং ইমা থুপ্তবদি মথোই  
অনিগী মশা পৃথকক চানদে ।

$\therefore$  কগ কর্ণ অসি কখগঘ আয়তকী চানবা মেরু নভে ।

মতো অস্থমা খঘ কর্ণস্থ কখগঘ আয়তকী চানবা .মকু নভে  
হায়বা প্রমাণ ভৌবা য়াই ।

কখগঘ আয়তকী চছ অসি মায়োকুবা  
কঘ অমস্থং খগ বাহুগী ময়'য়গী বিন্দু অনি  
শমজিন্নবা লৈইনি ; মতো অহুগুয়া টঠ স্থ  
মায়োকুবা কখ অমস্থং ঘগ বাহুগী ময়'য়গী বিন্দু অনি শমজিন্নবা  
লৈইনি ।

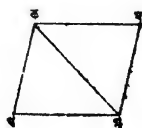


চছ অমস্থং টঠ লৈই অচুন্না অনিমক কখগঘ আয়তকী চানবা  
মেরু অনিনি হায়বা য়াই ।

অ: উ: হি: ।

৪। রাহং—অপৈবা সামান্তরিকী চানবা মেরু লৈবা য়াত্রা ?  
মরম গীছনা নহাকী পাওথুম খঙহল্লু ।

পাওথুম—কখগঘ অসি অপৈবা সামান্ত  
রিক অমনি ।



কথংঘ সামান্তরিকী চানবা মেরু লৈবা যাদে হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।

( ১ ) কগ কর্ণ শমজিমৌ ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

কথ অমসুং খগ বাহু অনি অসি মাসদে ।

( পীবাগী মতুং ইয়া ) ।

খগ না কথ দগী হেন্না চাওই হায়না নিংশি ।

অহু ওইরবদি, খকগ  $\angle >$  কগখ  $\angle$  । ( ৯৩বা উঃ ) ।

অমুক কঘ, খগ সামান্তরনি, অমসুং কগ না মথোইবু ক  
অমসুং গ বিন্দুদা উনৈ ;

$\therefore$  কগখ  $\angle =$  একান্তর ঘকগ  $\angle$  । ( ১৪৩বা উঃ ) ।

$\therefore$  খকগ  $\angle >$  ঘকগ  $\angle$  ।

হোজিক, কথংঘ অপৈবা সামান্তরিক অসি কগ কর্ণগী মতুং  
ইয়া ধুপসি,

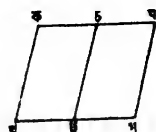
অহু ওইরবদি খকগ  $\angle >$  ঘকগ  $\angle$  ।

$\therefore$  কথ বাহুনা ঘকগ কোণগী মপান্দা কঘ বাহুগী নাকন্দা  
তাখিগনি ।

$\therefore$  কগ কর্ণ অসি কথংঘ অপৈবা সামান্তরিকী মেরু ওইবা  
য়াত্রে ।

মতো অসুয়া খঘ কর্ণহু সামান্তরিক অসিগী মেরু ওইবা যাদে  
হায়বা প্রমাণ ভোবা যাই ।

(২) কখগঘ অপৈবা সামান্তরিত্তা  
চছ অসি মায়োক্রবা কঘ অমসুং খগ বাহুগী  
ময়ায়গী বিন্দু শমজিগ্নবা লৈই অচুস্থনি ।



প্রমাণ—চ অসি কঘ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

$$\therefore কচ = ২ কঘ,$$

মতো অন্তরী খছ = ২ খগ ।

তোইগুস্তসুং কঘ = খগ, ( পীথগী মতুং ইয়া ) ।

$$\therefore কচ = খছ ।$$

হৌজিক কচ গা খছ মানসু মাইল অমসুং সমান্তরসু ওই ;

$$\therefore কখ অমসুং চছ সমান্তর ওই । ( ২০ত্ব উঃ ) ।$$

অমুক চছ অমসুং কখ সমান্তর ওই অমসুং কঘ না মথোইবু  
চ অমসুং ক বিন্দুদা কক্লি ;

$$\therefore মপানগী ছচঘ \angle = মসুংগী লাগবা খকচ \angle ।$$

$$( ১৪ত্ব উঃ ) ।$$

তোইগুস্তসুং, খকচ \angle হায়বদি খকঘ \angle অসি সমকোণ নভে ।

$$\therefore ছচঘ কোণসু সমকোণ নভে ।$$

$$\therefore মাগী পরিপূরক কচছ কোণসু সমকোণ ন'ভে ।$$

$$\therefore কচছ অমসুং ছচঘ কোণ অনি অসি মামদে ।$$

হৌজিক কখগঘ অপৈবা সামান্তরিক অসিবু চছ গী মতুং ইয়া  
থুগ্নদা কচছ কোণগা ছচঘ কোণগা মামদবনিনা কচ বাহুনা চঘ  
বাহুগী মথস্তা তাবা ওমদে ।

∴ কথগঘ অপৈবা সামান্তরিকী চছ অসি চানবা মেরু ওইবা  
য়ানৈ ।

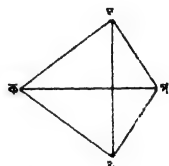
মতো অমুম ভৌদুনা কথ অমসুং ঘগ মায়োরবা বাছ অনিগী  
ময়্যায়গী বিন্দু অনি অত শমজিন্নবা লৈই অচুয়া অত সামান্তরিকী  
চানবা মেরু ওইবা য়াদে হায়বা প্রমাণ তোবা য়াই ।

∴ কথগঘ অপৈবা সামান্তরিকী মেরু ওইবা য়াবা লৈই  
অম ভা লৈতে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৫। বাহু—কথগঘ চতুর্ভুজগী কথ = কঘ অমসুং গথ = গঘ ;  
অতুগা বাছ পুন্নমক্তি মান্দে । করম্বা কর্ণনা মতুগী চানবা  
মেরুনো হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কথগঘ চতুর্ভুজদা কথ = কঘ  
অমসুং গথ = গঘ ; কগ অমসুং খঘ কর্ণ  
চিংলে ।



কথগঘ চতুর্ভুজ অসিগী কগ অমসুং  
খঘ কর্ণ অনি অসিগী করম্বনা চানবা মেরুনো হায়বছ প্রমাণ  
ভৌদুনা পুথোকদবনি ।

প্রমাণ—কথগ, কঘগ ত্রিভুজ অনি অসিগী

কথ = কঘ, ( পীবগী মতঃ ইয়া ) ।

খগ = গঘ, ( মরম অতুমক ) ।

অমসুং কগ মথোই অনিমক তিন্নবা বাছনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মামৈ । ( ১ত্বা উঃ ) ।



∴ খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$  ।

হৌজিক কথগঘ চতুভূজ অসিবু কগ কর্ণগী মতুং ইমা কথগ  
ত্রিভুজনা কঘগ ত্রিভুজগী মথক্তা তানবা ধুপচিনশি ।

অহু ওইরবদি, খকগ  $\angle$  = ঘকগ  $\angle$  ,

∴ কথ বাহুনা কঘ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অহুগা কথ = কঘ, ( পীবগী মতুং ইমা ) ।

∴ খ বিন্দুগা ঘ বিন্দুগা ত্রিভুজগি ;

∴ গখ বাহুগা ঘঘ বাহুগা লোম্মথে ।

∴ কথগ ত্রিভুজগী মশা পৃম্মক কঘগ ত্রিভুজগা পৃম্মতিন  
ভিন্নথে ।

∴ কগ কর্ণ অসি কথগঘ চতুভূজগী চানবা মেকনি ।

অমুক ইমা কথঘ, গথঘ ত্রিভুজ অনি অসিগী খঘ হাযবা  
মখোই অনি ত্রিভুজ বাহু অসি নত্তনা মান্নবা বাহু অতৈ লৈত্তে ।

∴ কথঘ, গথঘ ত্রিভুজ অনি অসি মান্নদে ।

∴ খঘ কর্ণ অসি কথগঘ চতুভূজগী চানবা মেক নত্তে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহুং—মথক্তা থাপ্প দুনা প্রমাণ ভো—

( ১ ) সামান্তরিক অনিগী মমুংদা অমগী নকুবা বাহু  
অনি অতোপ্পগী নকুবা বাহু অনিগা অহুগা  
অমগী কোণ অমা অতোপ্পগী কোণ অমগা  
মান্নরবদি, সামান্তরিক অনি অহু পৃম্মান মাইমৈ ।

( ২ ) আয়ত অনিগী মনুংদা অমগী নকুবা বাহু অনি  
মথংশিংনা অতোপ্পগী নকুবা বাহু অনিগা মাম-  
রবাদি আয়ত অনি অহু পুমান মামৈ ।

পাণ্ডুম—( ১ ) কথগঘ, চছজঝ সামান্তরিক অনি অসিগী  
নকুবা কথ = চছ, অমসুং খগ = জঝ, অমসুং খগঘ  $\angle$  = জঝঝ  $\angle$  ।



কথগঘ, চছজঝ সামান্তরিক অনি অসি পুমান মামৈ হায়বা  
প্রমাণ 'তোগদবনি ।

প্রমাণ—কথগঘ সামান্তরিকী

$$\text{কথ} = \text{ঘগ}, \quad ( ১১তম উঃ ) ।$$

মতো অহুগুয়া,

$$\text{চছ} = \text{ঝঝ} ।$$

তোইগুসুং, কথ = চছ,  $( \text{পীৰগী মতুং ইয়া } ) ।$

$$\therefore \text{ঘগ} = \text{ঝঝ} ।$$

অমুক, কথ, ঘগ সামান্তরিকি অমসুং খগ না মথোইবু খ অমসুং  
গ বিন্দুদা উনৈ ।

$$\therefore \text{নাকল অমতগী মনুংগী কথগ} \angle + \text{খগঘ} \angle$$

$$= \text{সম} \angle \text{ অনি } । \quad ( ১৪তম উঃ ) ।$$

হায়বদি কথগ  $\angle$  অসি খগঘ  $\angle$  গী পরিপূরকনি ।

মতো অসিগুমা চছজ  $\angle$  অসি ছজঝ  $\angle$  গী পরিপূরকনি ।

তোইগুস্বসুং, খগঘ  $\angle =$  ছজঝ  $\angle$  , ( পাবগ মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কথগ  $\angle =$  চছজ  $\angle$  ।

হৌজিক, কথগঘ সামান্তরিক অসি চছজঝ সামান্তরিকো  
মথক্কা খ বিন্দুনা ছ বিন্দুগী মথক্কা, খগ বাহুনা ছজ বাহুগী মথক্কা  
তানবা থাক্কাংসি ।

অহু ওইরবদি, খগ  $=$  ছজ, ( পাবগ মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  গ বিন্দুগা জ বিন্দুগা তিন্নথগনি ।

$\therefore$  খগ বাহুগা ছজ বাহুগা চপচান' লোমথ্রে ।

অনুক খগ বাহুগা ছজ বাহুগা তিন্নথ্রে,

অমসুং কথগ  $\angle =$  চছজ  $\angle$  , ( পমা- ভৌথে ) ।

$\therefore$  খক বাহুনা ছচ বাহুগী মথক্কা তাগনি ।

অহুগা কথ  $=$  চছ , ( পাবগ মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা তিন্নথগনি ।

অনুক হনা, খগ গা ছজ গা তিন্নথ্রে,

অমসুং খগঘ  $\angle =$  ছজঝ  $\angle$  , ( পাবগ মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  গঘ বাহুনা জঝ বাহুগী মথক্কা তাগনি ।

অহুগা গঘ  $=$  জঝ ; ( প্রমাণ ভৌথে ) ।

$\therefore$  ঘ বিন্দু অসি ঝ বিন্দুগা তিন্নথগনি ।

হৌজিক্তি ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা তিন্নথ্রে,

অমসুং ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নথ্রে ;

∴ কখ বাহুগা চব বাহুগা তিন্নথ্রে ।

∴ কখগঘ সামান্তরিক। চছজঝ মামান্তরিক। পুমতিন তিন্নথ্রে ।

( ২ ) কখগঘ, চছজঝ আয়ত অনি অসিগী নকুদা কখ  
= চছ অমসুং খগ = ছজ ।



কখগঘ, চছজঝ আয়ত অনি অসি পৃথান মামৈ হায়বা  
প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কখগঘ অ'য়তকী

কখ = ঘগ । ( ২১ত্বা উঃ ) ।

অহুগা চছজঝ আয়তকী,

চছ = ঞজ । ( ২১ত্বা উঃ ) ।

ভৌইগুমসুং কখ = চছ, ( পীবগী মতু ইন্ন ) ।

∴ ঘগ = ঞজ ।

হৌজিক, কখগঘ আয়ত অসি চছজঝ আয়তকী মথক্কা খ  
বিন্দুনা ছ বিন্দুগী মথক্কা তানবা, খগ বাহুনা ছজ বাহুগী মথক্কা  
তানবা ঞাঙ্গেসি ।

খগ = ছজ, ( পীবগী মতু ইন্ন ) ।

∴ গ বিন্দুগা জ বিন্দুগা তিন্নগনি ।

অমুক খগ গা ছজ গা লোম্মথ্রে,

অমসুং কথগ  $\angle =$  চছজ  $\angle$  ; ( মথোই খুদিং সমকোণনী ) ।

$\therefore$  খক বাহনা ছচ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অদুগা কথ  $=$  চছ, ( পীবগী মতুং ইমা ) ।

$\therefore$  ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা তিন্নগনি ।

অমুক জমা, খগ বাহুগা ছজ বাহুগা লোম্মথ্রে,

অমসুং খগঘ  $\angle =$  ছজঝ  $\angle$  ; ( মথোই খুদিং সমকোণনী ) ।

$\therefore$  গঘ বাহনা জঝ বাহুগী মথক্তা তাগনি ।

অদুগা ঘগ  $=$  ঝজ, ( প্রমাণ তেথ্বে ) ।

$\therefore$  ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নগনি ।

হোজিক্ত, ক বিন্দুগা চ বিন্দুগা অদুগা ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা  
মথংশিৎনা তিন্নথ্রে ।

$\therefore$  কঘ বাহুগা চঝ বাহুগা লোম্মথ্রে ।

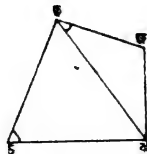
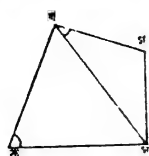
$\therefore$  কখগঘ আয়তকা চছজঝ আয়তকা মশা পৃম্মমক পুম্মতিন  
তিন্নথ্রে ।

$\therefore$  কখগঘ অমসুং চছজঝ আয়ত অনি অসি পৃম্মান মাম্মৈ ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহং—কখগঘ, চছজঝ চতুর্ভূজ অনিগী মনুংদা কথ,  
খগ, গঘ, ঘক মথংশিৎনা চছ, ছজ, জঝ, ঝচ বাহুগা মাম্মৈ অমসুং  
খকঘ কোণ ছচঝ কোণগা মাম্মৈ । ক্ষেত্র অনি অসি অমগা  
অমগা পুম্মতিন তিন্নহনবা য়াই হায়বদু উৎলু ।

পাণ্ডুখ—কথগঘ, চছজঝ চতুর্ভুজ আনি অসিগী কথ, খগ, গঘ, ঘক মৎশিৎনা চছ, ছজ, জঝ, ঝচ বাহুগা মাইমৈ অমসুং থকঘ কোণ ছচঝ কে গগা মাইমৈ ।



কথগঘ, চছজঝ চতুর্ভুজ আনি অসি অমনা অমগী মথক্কা ঝাঙ্গপদা পুন্নতিন তিন্নগনি হায়বা প্রমাণ তোগদবনি ।

থঘ অমসুং ছঝ শমজিমৌ ।

প্রমাণ—কথগঘ চতুর্ভুজ অসি চছজঝ চতুর্ভুজগী মথক্কা ক বিন্দুনা চ বিন্দুগী মথক্কা তানবা অমসুং কথ বাহুনা চছ বাহুগী মথক্কা তানবা ঝাঙ্গসি ।

অতুগ' কথ = চছ, ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ খ বিন্দুগা ছ বিন্দুগা তিন্নথিগনি ।

অমুক কথ বাহুগা চছ বাহুগা তিন্নথ্রে, অমসুং

থকঘ  $\angle$  = ছচঝ  $\angle$  ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ কঘ বাহুনা চঝ বাহুগী মথক্কা ভাগনি ।

অতুগা কঘ = চঝ ;

∴ ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নগনি ।

হৌজিক খ বিন্দুগা ছ বিন্দুগা তিন্নথ্রে অমসুং ঘ বিন্দুগা ঝ বিন্দুগা তিন্নথ্রে ;

∴ খঘ বাহুগা ছঘ বাহুগা লোম্বথে।

অমুক হমা, খগঘ, ছজঝ ত্রিভুজগী

খঘ গা ছঝ গা লোম্বথে,

খগ = ছজ, ( পৌবগী মতুং ইরা )।

অমসুং গঘ = জঝ ; ( মরম অছমক )।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্মমক মামৈ।

∴ মখোই অনি মশা পূম্মমক্কা তিন্নগনি।

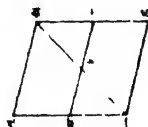
∴ কখগঘ, চঝজঝ চতুর্ভুজ অনি অসি মশা পূম্মমক পুংতিনি  
তিন্নরে।

অ: উ ১২:

### অখল অথা অসাক্সা পুংকম্বোল্লী বাহং

৮। বাহং—সামান্তরিকী মায়োরবা বাহ অনি ৬মথে  
ওইবা লৈই অচুয়া অমা কর্ণগী ময়'য় ৭২৭ বিন্দুদা ওয়রবদি  
লৈই অছ বিন্দু অতুদা অনি থোক্কা ১৭মামনা খ'য়দোকই হায়বা  
প্রমাণ তো।

পাওথুম—কখগঘ সামান্তরিকী ট অসি  
কগ কর্ণগী ময়'য়গী বিন্দুনি, ট বিন্দু কাও-  
দোক্কা মায়োক্কা কঘ, খগ বাহুগা ৬মথে  
ওইবা চছ লৈই চিংলে।



চছ লৈইবু ট বিন্দুদা অনি থোক্কা ১৭মামনা খ'য়দোকই,  
হায়বদি টচ অমসুং টছ মামৈ হায়বা প্রমাণ ভোগবদনি।

প্রমাণ—কখ, খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং  
গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ ঘকগ  $\angle$  = একান্তর খগক  $\angle$ , ( ১৪ত্বা উ: )।

হায়বদি চকট  $\angle$  = ছগট  $\angle$ ।

ছোজিক, কচট, গছট দ্বিভুজগী

চকট  $\angle$  = ছগট  $\angle$ , ( প্রমাণ ভোখে, )।

কটচ  $\angle$  = গটছ  $\angle$ , ( প্রতীপ কোণ ওইবা মরমা )।

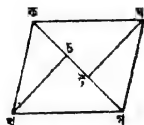
অমসুং কট = গট ; ( পীবগী মতং ইমা )।

∴ দিভুজ অনি অসি মশা পূম্মক মামৈ। ( ১৭ত্বা উ: )।

∴ টচ = টছ। অ: উ: হি:।

৯। বাহং—সামান্তরিকৌ কর্ণ অমগী মথক্তা মায়েকরা  
কোণ অনিদগী লম্ব চিংলবদি, লম্ব অনি অছ মামৈ হায়বা  
প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কখগঘ সামান্তরিকৌ কগ কর্ণগী  
মথক্তা খ১, ঘট লম্ব চিংলে।



খচ গা ঘট গা মামৈ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

প্রমাণ—কখ, ঘগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মখোইবু ক অমসুং  
গ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ খকগ  $\angle$  = ঘগক একান্তর  $\angle$ , ( ১৪ত্বা উ: )।

হায়বদি, খকচ  $\angle$  = ঘগট  $\angle$ ।



হৌজিক কথচ, গঘট ত্রিভুজগী

খকচ  $\angle$  = ঘগট  $\angle$ , ( প্রমাণ ভৌথে ) ।

কচখ  $\angle$  = গটঘ  $\angle$ , ( মথোই খুনিং সমকোণনী ) ।

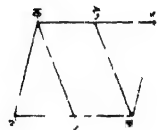
অমসুং কথ = গঘ ; ( ২১শ্বা উঃ ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাসৈ । ( ১৭শ্বা উঃ ) ।

∴ খচ = ঘট । অঃ উঃ বিঃ ।

১০। বাহঃ—কথগঘ সামান্তরিকী মমুংদা ট অমসুং ঠ অসি মথংশিংনা কঘ অমসুং খগ বাহুগী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ; কঠগট সামান্তরিকি হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

পাওখুম—কথগঘ সামান্তরিকী মমুংদা ট অমসুং ঠ অসি মথংশিংনা কঘ অমসুং খগ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি , কঠ অমসুং গট সমজিন্নবে ।



কঠগট অসি সামান্তরিকি হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

প্রমাণ—ট অসি কঘ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ কট = ১ কঘ ।

অমুক ঠ অসি খগ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ,

∴ ঠগ = ২ খগ ।

ভৌইগুমসুং কথগঘ সামান্তরিকী

কঘ = খগ ; ( ২১শ্বা উঃ ) ।

∴ কট = ঠগ ।

হৌজিক্রি, কট অমসুং টগ অনি অসি মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর  
ওই ;

∴ কট অমসুং টগ অনি অসি মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর ওই ।

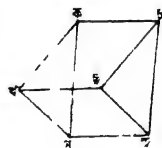
( ২০ত্বা উঃ ) ।

∴ কটগট অসি সামাহুরিক্রি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১১ । বাহু—কখগ, চছজ ত্রিভুজগী মসুংদা কখ, খগ মথং-  
শিংনা চছ, ছজ গা মাইলৈ অমসুং সমাস্তুরনি ; কগ, চজ মাইলৈ  
অমসুং সমাস্তুরনি হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কখগ, চছজ ত্রিভুজগী মসুংদা  
কখ, খগ মথংশিংনা চছ, ছজ গা মাইলৈ অমসুং  
সমাস্তুরনি ।



কগ অমসুং চজ মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর ওই হায়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।

কচ, খজ অমসুং গজ শমজিমৌ ।

প্রমাণ—কখ অমসুং চছ মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর ওই ;

( পীথগী মতঃ ইমা ) ।

∴ কচ অমসুং খজ মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর ওই ।

[ ২০ত্বা উঃ ] ।

অমুক খগ অমসুং ছজ মাইলৈ অমসুং সমাস্তুর ওই ;

[ পীথগী মতঃ ইমা ) ।

∴ খছ অমসুং গজ মামৈ অমসুং সমান্তর ওই ।

[ ২০ত্তবা উঃ ] ।

' হৌজিত্তি, কচ অমসুং গজ মখোই খুদিংনা খছ মথস্তগা  
মামরে অমসুং সমান্তর ওইরে ;

∴ কচ অমসুং গজ অনি অসি মামৈ অমসুং সমান্তর ওই ।

∴ কগ অমসুং চজ মামৈ অমসুং সমান্তর ওই । [২০ত্তবা উঃ] ।

অঃ উঃ হিঃ ।

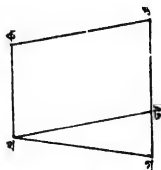
১২ । বাহং—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ গা ঘগ গা সমান্তরনি ;  
অদুগা কঘ গা খগ গা মামৈ, সমান্তরদি নত্তে ; প্রমাণ ভৌ—

( ১ ) ক কোণ + গ কোণ =  $180^\circ$  = খ কোণ + ঘ কোণ ।

( ২ ) কগ কর্ণ = খঘ কর্ণ ;

( ৩ ) কখ অমসুং ঘগ গী ময়্যায় খংবা বিন্দু শর্মজিন্নরিবা  
লৈই অত্চ চতুর্ভুজগী চানবা মেকুনি ।

পাওখুম—( ১ ) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ  
গা ঘগ গা সমান্তরনি, অমসুং কঘ গা খগ গা  
মামৈ ।



ক কোণ + গ কোণ =  $180^\circ$  = খ কোণ + ঘ কোণ হায়বা  
প্রমাণ ভৌগদবনি ।

খ দর্শী কঘ গা সমান্তর ওইনা খট চিংউ ।

**প্রমাণ—**কখটঘ চতুর্ভুজগী

কখ গা ঘট গা সমান্তর  $\text{ওই}$ , ( পীংগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং কঘ গা খট গা সমান্তর  $\text{ওই}$  । ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কখটঘ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকি । ( সংজ্ঞাগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কঘ = খট ।

তোই গুসুং কঘ = খগ ;

$\therefore$  খট = খগ ।

হৌজিক খটগ প্রিভুজগী

খট = খগ ; ( প্রমাণ তোখে ) ।

$\therefore$  খগট  $\angle$  = খটগ  $\angle$  । ( শুভা উঃ ) ।

অমুক ইয়া, খট গা কঘ গা সমান্তরনি, অমসুং গঘ না  
মখোইবু ট অমসুং ঘ বিন্দুদা কক্রে ;

$\therefore$  মপানগী খটগ  $\angle$  = মনুংগী লাগবা কঘট  $\angle$  ।

অহুগা খগট  $\angle$  = খটগ  $\angle$  ; ( প্রমাণ তোখে ) ।

$\therefore$  খগট  $\angle$  = কঘট  $\angle$  ,

হায়বদি খগঘ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$  ।

অমুক ইয়া, কখ গা ঘগ গা সমান্তরনি অমসুং কঘ না  
মখোইবু ক অমসুং ঘ বিন্দুদা উনৈ ;

$\therefore$  মনুংগী নাকল অমত্তগী থকঘ  $\angle$  + কঘগ  $\angle$  =  $180^\circ$  ।  
( ১৪শুভা উঃ ) ।

তোই গুসুং কঘগ  $\angle$  = খগঘ  $\angle$  ; ( প্রমাণ তোখে ) ।

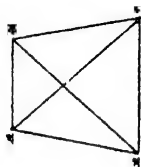
$\therefore$  থকঘ  $\angle$  + খগঘ  $\angle$  =  $180^\circ$  ।

মতৌ অমসুং তৌনা কখগ  $\angle$  + কঘগ  $\angle = ১৮০^\circ$  হায়বা  
প্রমাণ তোবা ঘাই ;

$$\therefore \text{কখগ } \angle + \text{খগঘ } \angle = ১৮০^\circ = \text{কখগ } \angle + \text{কঘগ } \angle ।$$

( ২ ) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, কঘ গা  
খগ গা মাম্লে অমসুং কগ, খঘ কর্ণ শমজিমরে ।

কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অসি মাম্লে  
হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।



প্রমাণ—কঘগ, খগঘ ত্রিভুজগী

$$\text{কঘ} = \text{খগ}, \quad (\text{পীথগী মতু' ইয়া}) ।$$

গঘ মখোই অনিগী তিম্বা বাহনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কঘগ  $\angle =$  মরক্তা লৈবা খগঘ  $\angle$  ;

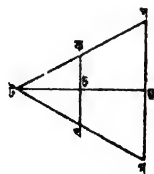
( মথক্তা প্রমাণ তোখে ) ।

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশ পূন্নমক মাম্লে । ( ৪ত্বা উঃ ) ।

$$\therefore \text{কগ} = \text{খঘ} ।$$

( ৩ ) কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ অমসুং ঘগ সমান্তরনি, অমসুং  
কঘ গা খগ গা মাম্লে ।

কখ অমসুং ঘগ গী ময়ায়গী বিন্দু শম-  
জিম্বা লৈইনা কখগঘ চতুর্ভুজগী চানবা  
মেকনি হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।



ঘক অমসুং গখ বু শাংদোকজনবদা ট বিন্দুদা উনহল্লু ; অমসুং  
ঘকগ কোণবু তজ্জাই তানা খায়বা লৈইনা কখ অমসুং ঘগ বু  
মখংশিংনা চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককই ।

প্রমাণ—কঘগ  $\angle$  = খগঘ  $\angle$ , ( নং ১দা প্রমাণ তোথে ) ।

হায়বদি টঘগ  $\angle$  = টগঘ  $\angle$  ;

$\therefore$  টগ = টঘ । ( ৬ত্বা উঃ ) ।

$\therefore$  টঘগ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

অমুক, টগ = টঘ ; ( প্রমাণ তোথে ) ।

অতুগা খগ = কঘ । ( পীবাগী মতুং ইয়া ) ।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিংদগী অকোনবগী মান্নবা রাশীশিং  
খায়দোকবদি,

টখ = টক ;

$\therefore$  টকখ অসি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

হোক্তিক টঘছ, টগছ ত্রিভুজগী

টঘ = টগ,

টছ অসি মখোই অনিগী তিন্নবা বাছনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা ঘটছ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা গটছ  $\angle$  ;

( য়েকপগী মতুং ইয়া )

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মান্নে । ( ৪ত্বা উঃ ) ।

$\therefore$  টছ অসি টঘগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী চানবা মেকনি ।

অমসুং ঘছ = গছ ;

$\therefore$  ছ বিন্দু অসি ঘগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ।

মতো অম্মম তোহুনা টকথ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী টচ অসি  
চানবা মেরুনি অম্মম চ অসি কথ গী ময়াম্মগী বিন্দুনি হায়বা  
প্রমাণ তোবা যাই।

অচোবা টঘগ সমদ্বিবাছ ত্রিভুজদগী অপিকপা টকথ সমদ্বি-  
বাছ ত্রিভুজ কল্পবদি, ( চিত্রগী মতুং ইমা )।

চছ লৈইনা কথগঘ চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি, হায়বদি  
কথ অম্মম ঘগ গী ময়াম্মগী বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অহু কথগঘ  
চতুর্ভুজগী চানবা মেরুনি। অঃ উঃ হিঃ।

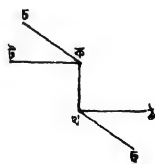
১৩। বাহং—কট, খঠ, মান্নবা চৈ অচুয়া অনিখক মথ-  
শিংনা য়াংবা চপমান্ননা ( য়েং-ওইননা ) অরেপ্পা হং ক অম্মম খ  
গী অকোয়বদা লৈরি। মথোয়না মায়োন ওন্নতৈননা সমান্তর  
ওইনা লৈবা হোরবদি—

( ১ ) মথোই মতম লৈবা খিবিক্ত। সমান্তর ওইগনি,

( ২ ) ট, ঠ শম্মরিবা অহু মতম লৈবা খিবিক্তা অরেপ্পা

বিন্দু অমত্তমক ফা ওগনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাওখুম—( ১ ) কট অম্মম খঠ অচুয়া  
মান্নবা চৈ অনি অসি অরেপ্পা হং ক অম্মম  
খ গী অকোয়বদা য়াংবা চপমান্ননা মায়োন  
ওন্নতৈননা সমান্তর ওইনা লৈবদা ( য়েং-  
লোমদা ), কট না কচ গী মফমদা লাকপদা খঠ না খছ গী মফম  
য়োরকই।



কট অমসুং খছ সমান্তর ওই হয়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

কথ শমজিন্নৌ ।

প্রমাণ—কট অমসুং খঠ সমান্তরনি, অমসুং কথ না মথোইবু ক  
অমসুং খ বিন্দুদা উন্নৈ ;

$\therefore$  টকখ  $\angle$  = একান্তর ঠখক  $\angle$  । ( ১৪শ্রুতি উঃ ) ।

অতুগা কট অমসুং খঠ না য়াংবা মান্ননা লৈ ;

$\therefore$  টকচ  $\angle$  = ঠখছ  $\angle$  ।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

চকখ  $\angle$  = চখক  $\angle$  । ( চিত্রগী মতুং ইয়া ) ।

মথোই অসি একান্তর কোণ ডাকনি ;

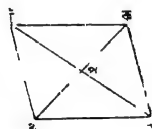
$\therefore$  কট অমসুং খছ সমান্তরবনি । ( ১৫শ্রুতি উঃ ) ।

( ২ ) কট, খঠ অচুঙ্গা মান্নবা চৈ অনিনি

মথঃশিংনা অরেয়া হং ক অমসুং খ গী

অকোয়ন্দা য়াংবা চপমান্ননা মায়েনি ওন্নতৈননা

সমান্তর ওইনা লৈ ( য়েং ওইনা ) অমসুং টঠ শমজিন্নরে ।



টঠ না অরেয়া বিন্দু অমতমক ফাওদেকনি হয়বা প্রমাণ  
ভোগদবনি ।

কথ শমজিন্নবনা টঠ বু প বিন্দুদা কক্রে অমসুং টখ, কঠ  
শমজিন্নরে ।

প্রমাণ—কট অমসুং খঠ অনি অসি মাইন্নে অমসুং সমান্তর ওই ;  
( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  টখ অমসুং কঠ অনি অসিসু মাইন্নে অমসুং সমান্তর ওই ।  
( ২০শ্রুতি উঃ ) ।



∴ কটখ চতুর্ভুজ অসি সানাস্তুরিকি । (সংজ্ঞা) ।

কটখ সমান্তরিকী কথ অমসুং চঠ কর্ণ অনি অসি অমনা  
অমবু অনি থে ক্রা মামনবা খায়দোকনৈ ; (২০ নং উঃ গী ওস্তবা  
অনুমান) ।

∴ প অসি কথ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ।

তোইশ্বস্তুং ক অমসুং থ হায়ব হং অনি অসি অরেপ্ননি ;

∴ কথ অরেপ্না লৈই অচুশ্বনি ;

∴ প অসি অরেপ্না বিন্দুনি ।

∴ কট অমসুং খ ন' লৈবা মফম খুদিংগা অরেপ্না প  
বিন্দুদা ফাওদাকনি ।

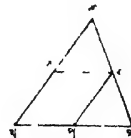
অঃ উঃ হঃ ।

( লামাই ৯৮-৯৭ )

সমান্তর অমসুং সাম গাঁকী নৈননবা বাহংগী পাউথুম

১। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অমগী ময়ায় থংবা বিন্দুদগী  
ভুমিগা সমান্তর ওইনা ঙিংবা লৈই অচুশ্বা অত্ননা লেমচৌরিবা  
বাহু অচুবু অনি থোক্রা মামন' খায়দোকই হায়বা প্রমাণ তো ।

পাউথুম—কথগ ত্রিভুজগী কথ বাহুগী  
ময়ায় থংবা ব বিন্দুদগী খগ গা সমান্তর ওইনা  
বফ লৈই চিংলে ।



বফ না কগ বাত্বু অনি থোকা মামনা খায়দোকই হাম্বদি  
কফ = ফগ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

কথ বাত্বুগা সমান্তর ওইনা ফপ লৈই চিংট ।

প্রমাণ—বফ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং কগ না মথোইবু ফ  
‘অমসুং গ বিন্দুদ’ কক্ৰি ;

∴ মপানগী কফব  $\angle$  = মসুংগী লাগুবা ফগপ  $\angle$  । (১৪ত্ব উঃ) ।

অমুক ফপ অমসুং কথ সমান্তরনি, অমসুং গক না মথোইবু  
ফ অমসুং ক বিন্দুদ’ কক্ৰি ;

∴ মপানগী পফগ  $\angle$  = মসুংগী লাগুবা বকফ  $\angle$  ।

( ১৪ত্ব উঃ ) ।

অত্রগা বফ অমসুং খপ সমান্তরনি, ( পীবগী মতঃ ইয়া ) ।

অমসু বগ অমসুং ফপ সমান্তরনি ; ( যেকপগী মতঃ ইয়া ) ।

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকি । ( সংজ্ঞাগী মতঃ ইয়া ) ।

∴ বখ = ফপ ।

তোইগুম্বসুং বখ = বক ; ( পীবগী মতঃ ইয়া ) ।

∴ বক = ফপ ।

হৌজিক কবফ, ফপগ ত্রিভুজগী

কফব  $\angle$  = ফগপ  $\angle$ , ( প্রমাণ ভেংখ ) ।

বকফ  $\angle$  = পফগ  $\angle$  । ( মরম অহমকা ) ।

অমসুং বক = ফপ ; ( মরম অহমকা ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাই ।

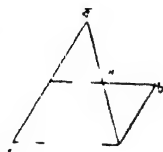
∴ কফ = ফগ,

হায়বদি বফ না কগ বাহুবু অনি থে'ক্কা মাম্ননা খায়দোকই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

২। বাহং—ত্রিভুজগী বাহু অনিথকী ময়ায় ০° বা' বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অতু অহুমশুবা বাহুগা সমান্তরিনি হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডথুম—কথগ ত্রিভুজগী কথ, কগ বাহুগী ময়ায় থংবা বিন্দু ফ অমসুং প শম-জিন্নরে ।



ফপ অসি থগগী সমান্তরিনি হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি ।

ফপ বু চ বিন্দু ফাওবা খাংদোকইন্দুন পচ, ফফ মাম্নচহ, অমসুং চগ শমজিন্নো ।

প্রমাণ—কপফ, গপচ ত্রিভুজগী

কপ = গপ, ( পীবগী ২৩° ইন্ন )

ফপ = পচ, ( অরপগী ২৩° ইন্ন )

অমসুং মরক্তা লৈবা কপফ ∠ = মরক্তা লৈবা গপচ প্রতীপ ∠ ;

( ৩ত্ব উঃ ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পন্নমক মাম্নৈ ।

( ৪ত্বা উঃ ) ।

∴ কফ = চগ ।

অমসুং ফকপ ∠ = পফচ ∠ ,

হায়বদি থকগ ∠ = কফচ ∠ ।

মথোই অসি এনাংর কোন ডাকনি ;

∴ কক গা চগ গা সমান্তর ওই, ( ১৩ শুবা উঃ )।

হায়বদি যথ গা চগ গা সমান্তর ওই।

অংক কক = চগ। ( প্রমাণ তেখে )।

তেই শুধু কক = যথ ; ( পংগ মতু ইন্ন )।

∴ যথ = চগ।

হেতি কক যথ গা চগ গা মানসু মান্নে অনসুং সমান্তরসু ওই,

∴ ফচ গা খগ গা মান্নে অনসুং সমান্তর ওই। ( ২০ শুবা উঃ )

∴ ফপ গা খগ গা সমান্তর ওই।

অঃ উঃ হিঃ।

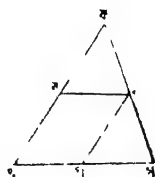
৩। বাহুং—ত্রিভুজগী বাহু অংগী ময়ান থংবা বিন্দু শমজিন্নবা লৈই অতু অহমশুবা বাহুগী তছাইনি হাংবা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কথগ ত্রিভুজগী কথ অনসুং কগ বাহুগী ময়ানগী বিন্দু ব অনসুং ফ শম-  
জিন্নরে।

বফ না খগ গী তছাইনি হাংবা প্রমাণ  
ভোগদবনি।

কথ গা সমান্তর ওইনা ফপ লৈই চি উ।

প্রমাণ—বফ অসি কথ অনসুং কগ বাহুগী ময়ানগী বিন্দু  
শমজিন্নবা লৈইনি ;



∴ বফ গা খগ গা সমাস্তুর ওই । (মথকৌ নৈননবা বাহংগী

পাণ্ডুম) ।

বফ অমসুং খগ সমাস্তুরনি, অমসুং কগ না মথোইবু ফ  
অমসুং গ দা ককই ;

∴ মপানগী বফক  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা পগফ  $\angle$  ।

( ১৪ত্বা উঃ ) ।

ফপ অমসুং কখ সমাস্তুরনি, অমসুং কগ না মথোইবু ক  
অমসুং ফ বিন্দুদা ককই ;

∴ মপানগী পফগ  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা বকফ  $\angle$  ।

( ১৪ত্বা উঃ ।

হৌজিক বকফ, পফগ দিভুজগী

বফক  $\angle$  = পগফ  $\angle$ , (প্রমাণ ভৌথে) ।

বকফ  $\angle$  = পফগ  $\angle$ , (মরম অহুমকা) ।

অমসুং কফ = ফগ ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্নৈ । [১৭ত্বা উঃ]

∴ বফ = পগ ।

অমুক ইম্মা, বফ গা খপ গা সমাস্তুরনি,

অমসুং বখ গা ফপ গা সমাস্তুরনি ; [যেকপগী মতুং ইম্মা]

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামাস্তুরিকনি ।

∴ বফ = খপ ।

[২১ ত্বা উঃ]

ভৌইগুম্বসুং বফ = পগ ।

প্রমাণ ভৌথে ।

∴ খপ = পগ ।

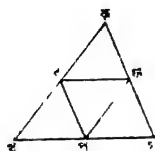
∴ খপ = ১খগ।

∴ বফ = ১খগ।

অ: উ: ছি:।

৪। বাহঃ—ত্রিভুজগী বাহু অহুগী ময়ায় থংবা বিন্দু শম-  
ক্ষিন্নরিবা লৈই অহু অহুনা ত্রিভুজ অহুব মশ' অপূষা মান্নবা  
ত্রিভুজ মরিথোক্কা খায়দোকই হারব প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুম—কখগ ত্রিভুজগী কখ, খগ, গক  
বাহু অহুগী ময়ায়গী ব, প অমসুং ফ বিন্দু  
অহু অসি শমজিন্নরে।



বপ, পফ অমসুং ফব অহু অসিনা কখগ  
ত্রিভুজ ময়ায়গী 'ত্রিভুজ মরিথোক্কা খায়দোকই হারবা প্রমাণ  
ভোগদবনি।

প্রমাণ—ব অমসুং ফ বিন্দু অনি অসি কখ অমসুং কগ  
বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ বফ গা খগ গা সমান্তর ওইরে, [মথকী ২৩বা বাহঃগী পাণ্ডুম]  
হারবদি বফ গা খপ গা সমান্তর ওই।

মতো অসিগুনা পফ গা খব গা সমান্তর ওই।

∴ বখপফ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি। [সংজ্ঞা]

অমুক বখপফ সামান্তরিকী বপ কর্ণনি ;

∴ বপ না বখপফ সামান্তরিকপু খবপ, ফপব মান্নবা ত্রিভুজ  
অনি থোক্কা খায়দোকই। [২১ ভবা উ:]

মতৌ অসিগুনা বপগফ অমসুং বপফক অনি অসিস্ত  
সামাস্তরিক ঙাক্রি হায়বা প্রমাণ তৌবা য়াই।

অহু ওইরবদি পফ না বপগফ সামাস্তরিকপু অহুগা বফ না  
বপফক সামাস্তরিকপু মান্ননা অনি থোক্রা খায়দোকই ;

[১১ শুবা উঃ]

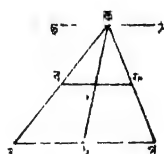
∴ ময়ায়গী বপফ ত্রিভুজগা চিদাইগী বখপ, পগফ অমসুং  
ফকব ত্রিভুজ খুদিংগা মান্নরে।

∴ কখগ ত্রিভুজবু ম'ন্নবা বপফ, বখপ, পগফ অমসুং ফকব  
ত্রিভুজ মরি থোক্রা খায়দোকই।

অঃ উঃ হিঃ।

৫। বাহং—ত্রিভুজগী মতোন্দগী ভূমিগী মথক্রা চিংবা লৈই  
অচুস্তু ত্রিভুজগী অতাপ্লা বাহু অনিগী ময়'য় খংবা বিন্দু  
শমজিন্নবা লৈইনা অনি থোক্রা মান্ননা খায়দোকই হায়বা  
প্রমাণ তৌ।

পাওখুম—কখগ ত্রিভুজগী ম'তান ক  
দগী খগ ভূমি তানা কচ লৈই চিংলে, অমসুং  
কখ, কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু ব অমসুং ফ  
শমজিন্নবদি কচ বু ট বিন্দু দা ককলে।



বফ না কচ বু মান্ননা অনি থোক্রা খায়দোকই হায়বদি  
কট=টচ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি।

ক ফাওদোতুনা খগ গা সমাস্তর ওইনা ছকঠ লৈই ঙিউ।

প্রমাণ—ব অমসুং ফ বিন্দু অসি মথঃশিতনা কখ অমসুং  
কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ বফ গা খগ গা সমান্তর ওই । (২ত্বা বাহুগী পাণ্ডুম) ।  
 অনুক ছঠ গা খগ গা সমান্তর ওই, ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।  
 অমসুং বফ গা খগ গা সমান্তর ওই ; ( প্রমাণ ভেথু ) ।  
 ∴ ছঠ গা বফ গা সমান্তর ওই । ( ১৫ ত্বা উঃ ) ।

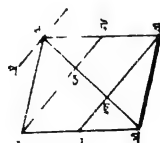
হৌজিক ছঠ, বফ অমসুং খগ সমান্তর ওইবা লৈই অচুশ্ব অছসু  
 কবথ লৈইনা ককথৎলগা কবথ লৈইগী মসুংদা লৈবা কব,  
 বথ মককশিং অসি মান্নরে ;

∴ কটচ হায়বা অতোপ্লা অককপা লৈইগী মসুংদা লৈবা  
 কট, টচ মকক অনি অসিশু মান্নগনি । ( ২২ ত্বা উঃ ) ।  
 হায়বাদি বফ না কচ বু মান্ননা অনি থোকা খায়দোকই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৬। বাহুং—কথগঘ সামান্তরিকী কঘ, খগ মায়োরুবা  
 বাহু অনিগী ট অমসুং ঠ ময়ায় থংবা বিন্দুনি ; খট অমসুং  
 ঘঠ লৈইনা কগ কর্ণবু অছমথোকা মান্ননা খায়দোকই হায়বা  
 প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কথগঘ সামান্তরিকী কঘ  
 অমসুং খগ গী ময়ায় থংবা ট অমসুং ঠ বিন্দুদা  
 মথং লিৎনা খট অমসুং ঘঠ লৈই চিংবদা  
 মজুনা কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককলে ।



কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মান্ননা অছম থোকা খায়-  
 দোকই হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।



ক বিন্দু ফাওছুনা পকফ লৈই অসি খট লৈইদা সমাস্তর  
ওইনা চিংউ ।

প্রমাণ—ট অসি কঘ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ টঘ = ১ কঘ ।

মতো অহুয়া খঠ = ২ খগ ।

ভৌইশ্বশ্বং কখগঘ সামান্তরিকী মায়োকুবা বাছ কঘ = খগ ;

∴ টঘ = খঠ ।

ছৌজুক্তি টঘ গা খঠ গা মাইলৈ অমসুং সমাস্তর ওই ;

∴ খট অমসুং ঠঘ মাইলৈ অমসুং সমাস্তর ওই

( ২০ শুবা উঃ ) ।

∴ পফ, খট অমসুং ঠঘ সমাস্তর ওইবা লৈই ডাকনি ।

অমুক হুয়া, পফ, খট অমসুং ঠঘ সমাস্তর ওইবা লৈই অমুক  
কটঘ লৈইনা ককপদা কটঘ লৈইগা মকক কট অমসুং টঘ  
মাইলৈ ;

∴ কচছ অতোপ্লা অককপা লৈইগী মকক কচ অমসুং  
চছ মাইলৈ ।

( ২২ শুবা উঃ ) ।

মতো অহুয়া গ ফাওছুনা ঠঘ গা সমাস্তর ওইবা লৈই  
চিংলগা চছ, ছগ মাইলৈ হাংলবা প্রমাণ তোঁবা য়াই ।

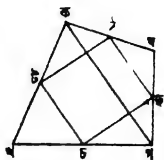
∴ কচ = চছ = ছগ,

হায়বদি কগ কর্ণবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মান্ননা অহুম থোকা  
খায়দোকই ।

অঃ উঃ হিঃ ।

৭। বাহু—চতুর্ভুজগী নকরা বাহু মথৈগী ময়ান্ন থংবা  
বিন্দু শমজিন্নরগা ধোকপা ক্ষেত্র অহু সামান্তরিকনি হায়বা  
প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কখগঘ চতুর্ভুজগী কখ, খগ,  
গঘ অমসুং ঘক বাহুগী ময়ান্নগী ট, চ, ছ াসুং  
ঠ বিন্দুশিং অসি শমজিন্নরে।



টচছঠ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি  
হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

কগ কর্ণ শমজিন্নো।

প্রমাণ—কখগ হিভুজগী ট অমসুং চ অসি কখ অমসুং খগ  
বাহুগী ময়ান্নগী বিন্দুনি;

∴ টচ গা কগ গ সমান্তর ওই। ২০তবা বাহুগী পাণ্ডুম)।

মতৌ অসুম তৌনা ঠছ অসি কগ গা সমান্তরনি।

∴ টচ গা ঠছ গা সমান্তরনি।

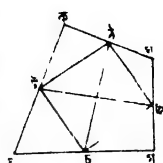
মতৌ অসুম তৌদুনা খঘ কর্ণ শমজিন্নরগা টঠ গা চছ গা  
সমান্তর ওই হায়বা প্রমাণ তোবা যাই।

∴ টচছঠ চতুর্ভুজ অসি সামান্তরিকনি।

অঃ উঃ হিঃ।

৮। বাহু—চতুর্ভুজগী মায়োকরা বাহু মথৈগী ময়ান্ন থংবা  
বিন্দু শমজিন্নরিবা লৈই অনি অহু অমনা অমবু অনিথোকরা  
মামনা খাইদোকই হায়বা প্রমাণ তো।

**পাওথুম**—কথগঘ চতুভূজগী মায়োক্রবা  
কথ, খগ বাহুগী ময়ায়থংবা ঠ অমসুং চ বিন্দু  
শমজিন্নরে, অহুগা মায়োক্রবা কথ, ঘগ বাহুগী  
ময়ায় থংবা ট অমসুং ছ বিন্দু শমজিন্নরে।



ঠ চ অমসুং টছ অনি অসি অমনা অমবু অনিথোক্রা মান্ননা  
খায়দোকই হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি।

টচ, চছ, ছঠ অমসুং ঠট শমজিন্নরে।

**প্রমাণ**—কথগঘ চতুভূজগী কথ, খগ, গঘ অমসুং ঘক বাহুগী  
মথংশিংনা ট, চ, ছ অমসুং ঠ ময়ায় থংবা বিন্দুনি ;

∴ টচছঠ অসি সামান্তরিকনি। (মথকী বাহংগী পাওথুম)।

টচছঠ সামান্তরিকী টচ অমসুং টছ ঞগ অনিনি ;

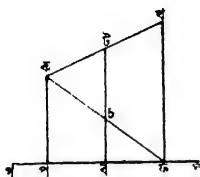
∴ ঠচ অমসুং টছ অনি অসি অমনা অমবু অনি থোক্রা  
মান্ননা খায়দোকই।

অ: উ: ৩:

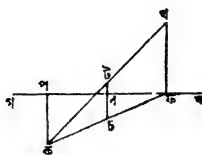
৯। **বাহং**—ক অমসুং খ বিন্দুদগী অমসুং কথ গী ময়ায়  
থংবা বিন্দু ট দগী গঘ লৈই অচুস্বগী মথক্কা কপ, খফ, টব লম্ব  
অঙ্কমথক চিংলে। কপ, খফ মথংশিংনা ৪:২ সে: মি: অমসুং  
৭:৮ সে: মি: ওইরবদি টব কয়ানো পুথোকউ, অমসুং ওন্দুনা  
ফল চানৌ।

( ক অমসুং খ না গঘ গা মাইকৈ অমতদা লৈবা মতমদা )  
টব = ২ ( কপ + খফ ) হায়বা নত্রগা ( ক অমসুং খ না গঘ গা  
ওমতৈনবা মাইকৈদা লৈবা মতমদা ) টব = ২ ( কপ - খফ )  
হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাণ্ডুখ—ক অমসুং খ বিন্দুদগী অমসুং কথ গী ময়ায় থংবা ট বিন্দুদগী গঘ লৈই অচুস্বগী মথস্ত্রা কপ, খফ, টব লম্ব অছমথক চিংলে ; অমসুং কথ = ৪.২ সে: মি:, খফ = ৭.৮ সে: মি:।



( ১ )



( ২ )

চিত্র (১) দা টব = ২ ( কপ + খফ ), অমসুং চিত্র (২) দা টব = ২ ( কপ - খফ ) হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি, অমসুং টব কয়ানো হায়বা পুথোকদবনি।

কফ লমজিন্নবদা টব বু চ বিন্দুদা চিত্র (১) দা মনুংদা অমসুং চিত্র (২) দা শাংদোক্কা কক্লে।

প্রমাণ—কপ, টব, খফ লৈই অছম অসি গঘ লৈই অচুস্বা মথস্ত্রদা লম্ব ঙাক্রি ;

∴ কপ, টব অমসুং খফ লৈই অচুস্বাশিং অসি সমান্তর লৈই ঙাকনি।

কখফ ত্রিভুজদা ট অসি কখ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি অমসুং টচ অসি খফ ভূমিদা সমান্তর ওই ;

∴ চ অসি কফ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

( নৈননবা ঘাছং ১১গী পাণ্ডুখ )।

হৌজিকি কথক ত্রিভুজদা ট অমসুং চ অসি মথংশিংনা কথ  
অমসুং কথ বাহংগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

∴ টচ = ২ খফ । ( মথকী নৈননবা বাহং ওস্তবগী পাণ্ডুম ) ।

অমুক ইয়া, ফকপ ত্রিভুজদা চ অসি ফক বাহংগী ময়ায়গী  
বিন্দুনি, অমসুং চব না কপ ভুমিদ' সমাস্তুর ওই ;

∴ ব অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ।  
( মথকী নৈননবা বাহং ১২গ পাণ্ডুম ) ।

হৌজিকি, ফকপ ত্রিভুজদা চ অমসুং ব অসি মথংশিংনা ফক  
অমসুং ফপ বাহংগী ময়ায় ওংবা বিন্দুনি ;

∴ চব = ৩ কপ । ( মথকী নৈননবা বাহং ওস্তবগী পাণ্ডুম ) ।

অত্রগ টচ = ২ খফ । ( প্রমাণ তোথে ) ।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসি চব (১) দা তিন্নশিল্লগা অমসুং  
চিত্র (২) দা খায়দোকুরগা ;

টব = ২ ( কপ + খফ ) ।

অমসুং টব = ২ ( কপ - খফ ) ।

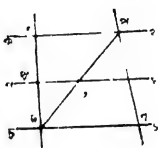
চিত্র (১) দা টব = ২ ( ৪'২ + ৭'৮ ) সে: মি:  
= ২ × ১২ সে: মি: = ২৪ সে: মি: ।

চিত্র (২) দা টব = ২ ( ৪'২ - ৭'৮ ) সে: মি: = ২ × ৩'৬  
= ৭'২ সে: মি: । খাঈশেংনা ওন্দুনা য়েংবা মতমদা ফলশিং  
অসি চানরে ।

অ: উ: হি: ।

১০। বাহং—সমান্তর ওইবা লৈই অচুম্বা অহুম্বা লৈই অচুম্বা অনিবু ককপদা অককপা লৈই খুদিংগী মককশিং অহু মান্নরদি সমান্তর লৈই অহু অংগী লৈই অনি অহুগী মরক্তা লৈইবা মঃপশিং অহুগী মতাইগী অনিগী তিন্নবনা ময়ায়গী শরুক অনিনি হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কথ, গঘ, চছ সমান্তর লৈই অহুম্বা তথদ, পঘব লৈই অনিবু ককপদা তথ = ৭দ, পঘ = ফব।



থফ২ = ( তপ + দব ) হায়বা প্রমাণ তোগদবনি।

পদ সমজিন্নবনা থফ বু ট বিন্দুদা ককই।

প্রমাণ—দতপ ত্রিভুজদা থ অসি তদ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি, অমসুং থট না তপ ভূমিদা সমান্তর ওই ;  
( পাৰগ মতুং ইয়া )।

∴ ট অসি দপ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি।

( মথকী নৈনবা ১বা বাহংগী পাণ্ডুম )।

হৌজিক, ফতপ ত্রিভুজদা থ অমসুং ট অসি মথশিংনা দত অমসুং দপ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দু ঙাকনি ;

∴ থট = ২ তপ। ( মথকী নৈনবা ওশুবা বাহংগী পাণ্ডুম )।

মতৌ অমসুং তৌনা টফ = ২ দব হায়বা প্রমাণ তোবা যাই।

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিন্নগা,

থট + টফ = ২ তপ + ২ দব,

হায়বদি থফ = ২ ( ভপ + দব ।

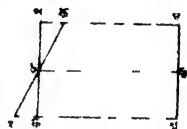
মথকী মান্নবা রাশীশিং অসিবু ২না পুরিরগা

থফ২ = ভপ + দব ।

অ: উ: হি: ।

১১। বাহং—বাহ্ অনি সমাস্তুর ওইবা ক্ষেত্রগী ( ট্রাপি-  
জিয়ম ) সমাস্তুর বাহ্ অনি অহ্ ক্ সে: মি: অমস্ থ্ সে: মি:  
শাংই । অপৈবা বাহ্ অনিগী ময়ায় থংবা বিন্দু শমজিন্নরিবা  
লৈই অহ্ সমাস্তুর বাহ্ অনি অহ্গী সমাস্তুরনি অমস্: ২ ( ক্ + থ্ )  
সে: মি: শাংই হায়বা প্রমাণ ভৌ ।

কথগঘ ট্রাপিজিয়মগী সমাস্তুর ওইবা কথ,  
থগ বাহ্ মথংশিংনা ক্ অমস্ থ্ সে: মি:  
শাংই অমস্: অপৈবা কথ, ঘগ বাহ্গী ময়ায়  
থংবা চ অমস্: ছ বিন্দু শমজিন্নরে ।



(১) চহ্ অসি কথ অমস্: থগ দা সমাস্তুর ওই, অমস্:

(২) চহ্ = ২ ( ক্ + থ্ ) হায়বা প্রমাণ ভৌগদবনি ।

চ বিন্দু কাওদোকুনা ঘগ দা সমাস্তুর ওইনা ঘক বু শাংদোকু-  
গা প বিন্দুদা অমস্: থগ বু ফ বিন্দুদা কহ্গা পচফ লৈই  
চিংউ ।

প্রমাণ—(১) পফগঘ চহ্ভুজগী

পঘ গা ফগ গা সমাস্তুর ওই, ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

অমস্: পফ গা ঘগ গা সমাস্তুর ওই; ( য়েকগী মতুং ইয়া ) ।

∴ পফগঘ অসি সামাস্তুরিকনি ।

∴ পফ = ঘগ ।

অমুক পঘ গা খগ গা সমান্তরনি, অমসুং কথ না মথোইবু  
ক অমসুং থ বিন্দুনা ককলি ;

∴ পকথ ∠ = একান্তর কথগ ∠, ( ১৪ত্বা উঃ ) ।

হায়বদি পকচ ∠ = ফখচ ∠ ।

হৌজিক, পকচ, ফখচ ত্রিভুজগী

পকচ ∠ = ফখচ ∠, ( প্রমাণ ভৌখে ) ।

পচক ∠ = ফচখ প্রতীপ ∠, ( ৩ত্বা উঃ ) ।

অমসুং কচ = খচ ; ( পীবাগী মতঃ ইয়া ) ।

∴ বিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মামৈ । ( ১৭ত্বা উঃ ) ।

∴ পচ = ফচ,

∴ পচ = ১ পফ ।

অদুগা ছ বিন্দু অসি ঘগ বাছগী ময়ায়গী বিন্দুনি ;

( পীবাগী মতঃ ইয়া ) ।

∴ ঘছ = ১ ঘগ ।

তোইগুম্বসুং পফ = ঘগ । ( প্রমাণ ভৌখে ) ।

∴ পচ = ঘছ ।

হৌজিক পচ গা ঘছ গা মামৈ অমসুং সমান্তর ওই :

∴ চছ, পঘ মামৈ অমসুং সমান্তর ওই । ( ২০ত্বা উঃ ) ।

হায়বদি চছ অসি কঘ দা সমান্তর ওই ।

অদুগা কঘ গা খগ গা সমান্তর ওই । ( পীবাগী মতঃ ইয়া ) ।



∴ চছ অসি কঘ অমসুং খগ দা সমান্তর ওই।

(২) পকচ, ফকচ ত্রিভুজ অসি অসি (১) দা মশা পৃথক  
মান্নৈ হায়বা প্রমাণ তোষে;

∴ পক = ফফ।

পচছঘ, চফগচ সামান্তরিক ডাক্রি;

$$\left. \begin{array}{l} \therefore \text{চছ} = \text{পঘ}, \\ \text{চছ} = \text{ফগ}, \end{array} \right\} \text{(১১তম উঃ)}।$$

তায়বদি চছ = কঘ + পক,

চছ = খগ - ফফ;

মথকো ম'নবা রাশি শিং অসি তিন্মশিল্লগা,

চছ২ = কঘ + খগ [ ∴ পক = ফফ ]।

∴ চছ২ = (ক + খ) সে: মিঃ।

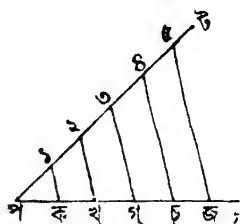
মথকো ম'নবা রাশি শিং ২ না য়েথোক্রগা

চছ = ২ (ক + খ) সে: মিঃ।

অ: উ: হিঃ।

১২। বাহং—পট অমসুং পট লৈই অচুশ্বা অনিথক লৈ  
অমসুং পট দা মান্ন মান্ননা লাগনা ১, ২, ৩, ৪, ৫ বিন্দু মঙাথক  
হকলে। বিন্দুশিং অসিদিগী পট গী মথকতা চিংনিংবা মাইকৈদা  
সমান্তর লৈই চিংলে। অছমশ্ববা সমান্তর লৈই অছ মঙা  
অছগী গড়নি হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—পট অমসুং পট লৈই  
অচুম্বা অনথক অসিগী পট দা লাঙ্গা  
মান্ননা ১, ২, ৩, ৪, ৫ হায়বা বিন্দু মঙা  
অসি হনলে অমসুং বিন্দুশিং অসিদগী  
দেগী মথক্কা ১ক্, ২খ্, ৩গ্, ৪৫, ৫জ্  
সমান্তর লৈই মঙা অসি চিংলে।



অমসুং লৈই অসি লৈই মঙাগী গডনি, হায়বদি

$$৩গ্ = \frac{১ক + ২খ + ৩গ + ৪৫ + ৫জ}{৫} \text{ হায়বা প্রমাণ তেগদবনি ;}$$

অমসুং  $২ \times ক + ১$  হায়বা তুমাসুদব মঙিংগী সমান্তর লৈই চিংবগী  
চপচান জা মিগী উপপাত্তা অনা শমগদবনি।

প্রমাণ—১ক্, ২খ্, ৩গ্, ৪৫, অমসুং ৫জ্ হায়বা সমান্তর লৈই-  
শিং অসিনা পট লৈই মাস মান্নবা মতুপ ককই ;

∴ সমান্তর লৈইশিং অসিনা পট দগীস্থ মান্ন মান্নবা মতুপ ককই ;  
( ২২গুবা উঃ )।

$$\text{হায়বদি } কখ = খগ = গ্চ = চ্জ$$

অমুক ১খ্চ্ ৪ অসি ট্রাপিজিয়মনি, অমসুং মসিগী ৩ অমসুং  
গ না অপেবা বাহুশিংগী ময়ায়গী বিন্দু ডাকনি ;

$$\therefore ৩গ্ = ২ ( ২খ্ + ৪৫ )। \quad (\text{মথকী ১১গুবা নৈননবা} \\ \text{মাহংগী পাণ্ডুম})।$$

মতৌ অসিগুম্মা ১ক্জ্ ৫ ট্রাপিজিয়মগী

$$৩গ্ = ২ ( ১ক + ৫জ )।$$

মথকী মান্নবা রাশীশিং অসি তিন্নশিল্লগা

$$২ \times ৩গ্ = ১ (২খ্ + ৪৫) + ১ (১ক্ + ৫জ্)।$$

মথকী মান্নবা রাশীশিংবু ২না পুরিরগা

$$৪ \times ৩গ্ = ২খ্ + ৪৫ + ১ক্ + ৫জ্।$$

অমুক, মান্নবা রাশীশিং অসিদা ৩গ্ তিন্নশিল্লগা

$$৪ \times ৩গ্ + ৩গ্ = ১ক্ + ২খ্ + ৩গ্ + ৪৫ + ৫জ্,$$

$$হায়বদি ৫ \times ৩গ্ = ১ক্ + ২খ্ + ৩গ্ + ৪৫ + ৫জ্।$$

মান্নবা রাশীশিং অসিবু ৫না য়েহোক্রগা

$$৩গ্ = \frac{১ক্ + ২খ্ + ৩গ্ + ৪৫ + ৫জ্}{৫}।$$

হায়বদি ৩গ্‌বা লৈই অসি সমাস্তর লৈই মঙাগী গড়নি।

মথকী খুদম অসিদগী মথাগী উপপাত্ত অসি শম্বা হাট—লৈই অচুশ্বা অনিথকী অমদা লাপ্পা মান্ননা  $২ \times ক্ + ১$  মশিংগী বিদ হক্রগা বিন্দুশিং অসিদগী অতোপ্পা লৈই অচুশ্বগী মথস্তা চি'নিংবা মাইকৈদা সমাস্তব লৈই ময়াম চিংলবদি,  $ক্ + ১$  শুবা লৈই অতুগা সমাস্তর লৈই পৃথকক তিনশিনবা ফলদা  $২ \times ক্ + ১$  না য়েনবগা মান্নগনি।

অ: উ: হি:।

১৩। বাহং—সামাস্তরিক অমগী কোণগী বিন্দু ময়ামদগী মপান্দা লৈবা করিক্তশ্বা লৈই অচুশ্বা অমগী মথক্তা লম্ব চিংলে। মায়েক্রবা কোণ অনিগী চিংলকপা লম্ব অনি তিন্নবগা অতোপ্পা



অমুক খতপঘ ট্রাপিজিয়মগী ট অমসুং চ বিন্দু অসি অপৈবা  
খঘ অমসুং তপ গী ময়ায়গী বিন্দু ঙাকনি ;

∴ টচ = ২ ( খত + ঘপ ) ।

( মথকী ১১ স্তবা নৈননবা বাহংগী পাত্তথম ) ।

মতৌ অমুম তৌতুন টচ = ২ ( কদ + গছ ) হায়বা প্রমাণ  
তৌব' যাই ।

∴ ২ ( খত + ঘপ ) = ২ ( কদ + গছ ) ।

মথকী মান্নবা রাশীশিংবু ২ না পুরিবগা

খত + ঘপ = কদ + গছ ।

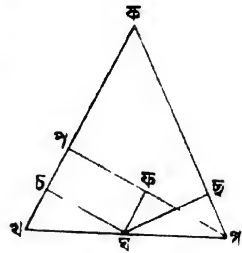
অঃ উঃ হিঃ ।

১৪। বাহং—বাহু অনি মান্নবা ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা  
করিগুম্বা বিন্দু অমদগী মান্নবা বাহু অনি অহুগী মথকী চিংবা  
লম্ব অনি অত্ তিন্নশিনবগা ভূমিগী মতোন অমদগী মহাকা  
মাবোক্কা বাহুগী মথকী চিংবা লম্বগা মাম্নৈ হায়বা প্রমাণ তৌ ।

( মসিদগী মথাদা ইরিবা অসি তারকই হায়বা উংলি—  
বাহু অনি মান্নবা ত্রিভুজগী ভূমিগী মনুংদা লৈবা করিগুম্বা বিন্দু  
অমদগী মান্নবা বাহু অনিগী লাপ্লা অসি তিনশিনবগা অহু মতম  
লৈবখ'বক্তা লেঙদনা লৈ, হায়বদি বিন্দু অহুনা ভূমিগী লৈনংবা  
মফমদা লেববস্তু লাপ্লা অনি তিন্নবা অহু করিগুম্বদহু অথোই  
অহেন নাইদে । )

ভূমি অহু শাংদোক্কা বিন্দু লৌরবদি হায়রিবা রা অসিগী  
রি হোংদগে ?

পাণ্ডুম—(১) কথগ সম্বন্ধিছ  
 ভিত্তগী কথ = কগ অমসুং খগ ভূমিগী  
 মজুংদা তৈব। করিঙম্বা ঘ বিন্দুদগী কথ  
 অমসুং কগ দা মথংশিৎনা ঘচ অমসুং  
 ঘছ লম্বা চিংলে অমসুং কথ দা গপ  
 লম্বা চি লে।



ঘছ + ঘচ = গপ হ'বত প্রমাণ তৌগদবনি।

থক গা সমান্তর ওইন ফ লৈই চিংল গপ বু ফ বিন্দুদা  
 কবই।

প্রমাণ— ফপ, ঘচ অনি অসি কথ লৈইদ লম্বা ওকি,

( পীবাগী মতুং ইয়া )।

∴ ফপ গা ঘচ গা সমান্তরনি।

অতঃপাে গা বফ গা সমান্তরনি, ( বেকপগী মতুং ইয়া )।

∴ পচঘফ চতুভুজ অসি সামান্তরিকনি।

ওম্বা, চপফ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা; [ ∵ গপ না কথ দা লম্বা ওই ]।

∴ পচঘফ অসি অম্বাভনি।

∴ ঘচ = ফপ,

অমসুং ঘফগ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা।

অম্বক হুয়া থক গা ঘফ গা সমান্তরনি, ( বেকপগী মতুং ইয়া )

অমসুং খগ না মথোইবু থ অমসুং ঘ বিন্দুদা কবই;

∴ মপ'নগী ফফগ  $\angle$  = মনুংগী লাপবা কথগ  $\angle$ ।

( ১৬ ওবা উঃ )।

তোইগুম্বাং, কথগ সম্বিলাছ মি ভুজগী

কথ = কগ ,

∴ কথগ ∠ = কগথ ∠ । ( মথবা উঃ ) ।

∴ ফঘগ ∠ = কগথ ∠ ,

হায়বদ ফঘগ ∠ = ভগঘ ∠ ।

ত্রৈজিক, ভগঘ, ফঘগ মি ভুজগী

গভঘ ∠ = ঘফগ ∠ , ( মথবা ই খ দং ২২৫০ - নি )

ভগঘ ∠ = ফঘগ ∠ , ( পমণ তে থে ) ।

অমসুং ঘগ নখেতি অনিগী তিন্নব বাতনি ;

∴ ত্রিভুজ অসি অসি মণা পৃথকক মণৈ । ( ১৭৩৫ উঃ )

∴ ঘভ = গফ ।

অমসুং ঘচ = ফপ । ( প্রমাণ তে থে ) ।

মথকা মামল রঞ্জীশিং অসি তিন্নশিল্লগা । ( চনগ মতুং উঃ ) ।

ঘভ + ঘচ = গফ + ফপ = গপ ।

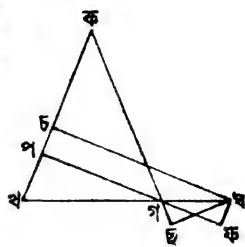
মতো অসিগুম্বা থ বিন্দুদগী কগ দা লম্ব চংলগা ঘচ অমসু  
ঘভ তিন্নবা অসি লম্ব অসিগা মণৈ হায়ব প্রমাণ তে থে বাই

অতুগা কথগ সম্বিলাছ ত্রিভুজগী ভূমিগী মতোনগে থ অমসুং  
গ বিন্দু অরেগনি অমসুং মায়েরবা কগ অমসু কথ লছ  
লেউদবনি ; মরম অসিনা থ অমসু গ দগী মায়েরবা বাতদা চি বা  
লম্বগী অণা বা হোংদবনি ।

∴ ঘ বিন্দুনা থগ ভূমিগী মমুংদা লৈনিংবা মফমদা লৈবদা  
ঘভ অমসুং ঘচ গা তিন্নবা ফল লেউদবনি ।

### পাঠ্য—(২) কথগ সমদ্বিবাহু

ত্রিভুজগী কথ = কপ অমসুং খগ ভূমি  
 শাংদোকপদা লৈবা ঘ বিন্দুদগী কথ,  
 অমসুং কগ শাংদোকপদা যথংলিংনা  
 ঘচ অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে ; অমসুং  
 কথ দ গপ লম্ব খাদরে ।



ঘচ—ঘছ = গপ হায়বা প্রমাণ ভৌবা যাই ।

কথ গা সমান্তর ওইনা ঘফ লৈই চিংবনা পগ শাংদোকপদা  
 ফ বিন্দুদা উনহলু ।

প্রমাণ—ঘচ, ফপ অনি অসি কথ লৈইদা লম্ব থাকনি ;

( পীৰণী মতুং ইয়া ) ।

∴ ঘচ গা ফপ গা সমান্তরনি ।

অতুগা ঘফ গা কথ হায়বদি চপ গা সমান্তরনি ;

( দ্বৈকপগী মতুং ইয়া ) ।

∴ ঘচপফ অসি সামান্তরিকনি ।

অমসুং ঘচপ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

[ ∴ ঘচ না কথ দা লম্ব

ওই ] ।

∴ ঘচপফ আয়তনি ।

∴ ঘচ = ফপ,

অমসুং ঘফপ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

অমুক হুয়া ঘফ গা কথ গা সমান্তরনি অমসুং খঘ না মথোইবু  
 খ অমসুং ঘ বিন্দুদা উনৈ ;



∴ খঘফ ∠ = একান্তর কখগ ∠ । ( ১৪ত্বা উ: ) ।

অতঃ। ঘগছ ∠ = কগখ প্রতীপ ∠ । ( ১৫ত্বা উ: ) ।

তোইগুহং কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কখ = কগ ;

∴ কখগ ∠ = কগখ ∠ ।

খঘফ ∠ = ঘগছ ∠ ,

হায়বদি, গঘফ ∠ = ঘগছ ∠ ।

হৌজিক গছঘ, ঘফগ ত্রিভুজগী

গছঘ ∠ = ঘফগ ∠ , [ ∴ মথোই খুদি সমকোণনি ] ।

ঘগছ ∠ = গঘফ ∠ , ( প্রমাণ ভৌ:খু ) ।

অমসুং গঘ মথোই অনিগী তিনবা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মলা পৃথকক মাম্লে । ( ১৬ত্বা উ: ) ।

∴ ঘছ = গফ ।

অতঃ। ঘচ = ফপ । ( প্রমাণ ভৌ:খু ) ।

মথাগী মাম্বা রাশীশিংদগী মথকী মাম্বা রাশীশিং অসি  
খায়দোত্রবদি ;

ঘচ - ঘছ = ফপ - গফ ,

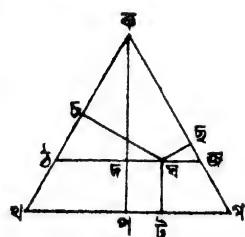
হায়বদি ঘচ - ঘছ = গপ ।

মতো অমুম ভৌনা খ দগী কগ বাহুদা লম্ব চিংলগা ঘচ - ঘছ  
গা লম্ব অতঃ। মাম্লে হায়বা প্রমাণ ভৌবা যাই ।

অ: উ: হি: ।

১৫। বাহু—বাহু অঙ্কম মাপবা ত্রিভুজগী মনুংদা করিগুয়া  
বিন্দু অমদগী বাহু অঙ্কমগী মথক্কা চিংবা লম্ব মথৈ তিনশিন্নরগা  
করিগুয়া .কাগগী বিন্দুদগী মাংয়াক্কা বাহুগী মথক্কা চিংবা লম্ব  
অঙ্কগা মাই ; মরম অঙ্ক' মথোটে তিনশিন্নবা অঙ্ক মতম লৈবা  
খিবিক্তা লেঙদনা মাপ্কা লৈ হায়বা প্রমাণ তো।

পাণ্ডুম—কথগ সমবাহু ত্রিভুজগী  
মনুংদা লৈবা করিগুয়া য বিন্দুদগী কথ,  
খগ, গক বাহুদা মথঃশিৎনা ঘচ, ঘট  
অমসুং ঘছ লম্ব চিংলে ; অমসুং খগ  
ভুজগী মথক্কা কপ লম্ব থাদরে।



ঘচ + ঘট + ঘছ = কপ হায়বা প্রমাণ ভোগদবনি.

অমসুং ঘচ, ঘট অমসুং ঘছ ওঙ্কম তিনশিন্নবা অঙ্ক মতম  
লৈবা খিবিক্তা লেঙদনা মাপ্কা লৈ হায়বা উৎকদবন।

য বিন্দু কাওদোজুনা খগ গা সমান্তর ওইনা ঠদঘজ লৈই  
চিংবা কথ, কপ অমসুং কগ বু ঠ, দ অমসুং জ বিন্দুদা উনহল্লু।  
প্রমাণ—ঠজ গা খগ গা সমান্তরনি; অমসুং কথ না মথোইবু  
ঠ অমসুং খ বিন্দুদা ককই ;

∴ মপানগী কঠজ ∠ = মনুংগী লাগ্গবা কথগ ∠।

মতো অঙ্ক' কজঠ ∠ = কগথ ∠।

তোইগুয়াসুং কথগ সমবাহু ত্রিভুজগী

কথগ ∠ = কগথ ∠ = খকগ ∠।

( নেতবা উঃ ২৩বা অঙ্কমাণ )।

∴ কঠজ  $\angle$  = কজঠ  $\angle$  = খকগ  $\angle$ ,

হায়বদি, কঠজ  $\angle$  = কজঠ  $\angle$  = ঠকজ  $\angle$  ।

∴ কঠজ অসি সমবাহু ওইরে । ( ৩৩বা উঃ দী অনুবাদ ) ।

হৌজিক কঠজ সমবাহু ত্রিভুজগী ঠজ ভুমিগী মনুঃদা লৈব  
ঘ বিন্দুদগী কঠ অমসুং কজ বাহুদা মথংশিংনা ঘচ অমসুং ঘচ  
লম্ব ছিলে ;

∴ ঘচ গা ঘছ গী অপুনবনা ঠ নত্রগা জ বিন্দুদগী মায়োরুবা  
বাহুদা চি বা লম্বগা মামৈ । ( মথকী হাংগী পাণ্ডুম ) ।

ভৌইগুমসুং কঠজ সমবাহু ত্রিভুজগী ক, ঠ, জ হায়ব। কংগী  
বিন্দু অহুমদগী মায়োরুবা বাহুদা চি বা লম্বমথে মামৈ হায়ব  
প্রমাণ ভৌবা যাই ।

অত্রগা কপ অসি খগ দা লম্বনি, ( পীবনী মতঃ ইয়া ) ।

অমসুং ঠজ গা খগ গা সমান্তরনি ; ( যেকপদী মতঃ ইয়া ) ।

∴ কদ অসি ঠজ দা লম্বনি ।

∴ ঘচ + ঘছ = কদ ।

অমুক হুয়া, দপটঘ অসি আয়তনি ;

∴ ঘট = দপ ।

অত্রগা ঘচ + ঘছ = কদ । ( প্রমাণ ভৌথে ) ।

মথকী মানবা রাণীশিং অসি ত্রিভুজগী

ঘট + ঘচ + ঘছ = দপ + কদ,

হায়বদি ঘচ + ঘছ + ঘট = কপ ।

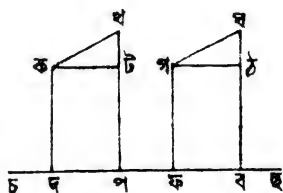
তোইগুসুং কপ অসি কথগ সমবাহ ত্রিভুজগী মতোংগী  
বিন্দুগী মায়োক্কা বাহুদা চিংবা লম্বনি ;

∴ কপ গী অশাংবা অরেপ্পনি ;

∴ ঘচ, ঘছ অমসুং ঘট গী তিল্লশিনবা ফল মতম লৈবা  
খিবিক্তা লেওদ । অঃ উঃ হিঃ ।

১৬। বাহং—মাম্ববা অমসুং সমান্তর ওউবা লৈইশি গী  
অরেপ্পা করিগুন্না লৈই অচুন্না অমগী মৎক্কা মাম্ব মাম্ববা লম্ব-  
চ্চায়া লৈ হায়বা প্রমাণ তো ।

পাণ্ডুম—কথ অমসুং গঘ  
লৈই অসি অসি মাম্বৈ অমসুং  
সমান্তর ওই ; অমসুং বদ, খপ,  
গফ অমসুং ঘব অসি চছ লৈই  
অচুন্না লম্ব ওউনা চিংলে ।



দপ = ফব হায়বা প্রমাণ তোগদবনি ।

কট অমসুং গট অসি চছ দা সমান্তর ওউনা চিংউ ।

প্রমাণ—খপ অমসুং ঘব লৈইশিং অসি চছ দা লম্ব ওই ;

∴ খপ গা ঘব গা সমান্তর ওউ ।

অত্কা কথ গা গঘ গা সমান্তর ওই ; ( পীবগ মতুং ইয়া ) ।

∴ কথট ∠ = গঘট ∠ ।

অমুক কট অমসুং দপ সমান্তরনি ; ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং দপ অসি খপ দা লম্বনি ;

∴ কট অসিসু থপ দা লস্বনি ।

∴ কটখ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

মতো অসুমা গঠঘ  $\angle$  = সম  $\angle$  অমা ।

হোজিক কথট, গঘঠ ত্রিভুজগী

কথট  $\angle$  = গঘ  $\angle$ , ( প্রমাণ তেখে ) ।

কটখ  $\angle$  = গঠঘ  $\angle$  । [ ∴ ম'খাট খুদি' সমকোণনি ।

অমসু কথ = গঘ ; পীবগী মঃ' ইয়া ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মণা পূন্নক মামৈ । (১৭৭বা উঃ) ।

∴ কট = গঠ ।

অনুক তমা কদ, টপ অনি অসি দপ দা লস্বনি ।

∴ কট অমসুং দপ সমাস্তুরনি ;

কট অমসুং দপ সমাস্তুরনি । ( ১৭৭গী মঃ' ইয়া )

∴ কদট আযতনি ।

∴ কট = দপ ।

মতো অসুমা গঘবং তাযতকা

গঠ = ফব ।

তোইগুস্বতং, কট = গঠ ; ( প্রমাণ তেখে ) ।

∴ দপ = ফব ।

অঃ উঃ হিঃ ।

সম্পাদিত নৈননবা বাহংগী পাণ্ডুম

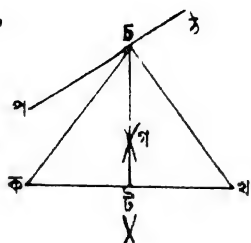
( লামাই ১১৬ )

৬। বাহং—পঠ লৈই অচুমদা ক অমসুং থ বিসু অনিদগী

চপমাঙ্গনা লাপনা লৈবা বিন্দু অমা পুথোকদবনি । করদ্বা মন্তবদ্বা  
মসি যাদব.গ ?

পাণ্ডুয়ম—পঠ লৈই অচুস্বা অগনি,  
অমসুং ক, খ অরেঙ্গা বিন্দু অনিনি ।

ক অমসুং খ দগী চপমাঙ্গন লাপ্তা প  
পঠ লৈইগী মনুংদা লৈবা বিন্দু অমা  
পুথোকদবনি ।



যেকপা—কখ লৈই অচুস্বা গট লখনা অনি থোৱা নামনা  
খাযাদাকট । ( ২৩৩৩৩৩৩ ) ।

টগ শংদাকপনা পঠ বু চ বিন্দুদা কক্ৰ । অত্ৰ ওইবদি  
পঠ গী মনুংদা চ বিন্দু অসি ক অমসুং খ বিন্দুদগী চপমাঙ্গনা  
লাপকনি ।

প্ৰমাণ—চক অমসুং চখ সমজিমো ।

চকট, চখট ত্ৰিভুজগী

কট = খট, ( যেকপগী মত্ৰ ইয়া ) ।

চট মখোই অনিগী তিম্বা বাহুনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা চটক  $\angle$  = মরক্তা লৈবা চটখ  $\angle$  ;

( মখোই খুদিং সমকোণনি ) ।

$\therefore$  ত্ৰিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মামৈ । ( ৪৩৩৩৩ ) ।

$\therefore$  চক = চখ.

হায়বদি পঠ লৈইগী মনুংদা চ বিন্দু অসি ক অমসুং খ দগী  
চপমাম্না লাপই।

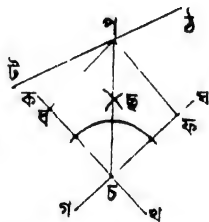
পঠ লৈই অচুসনা কথ দা লম্ব ওইনা লৈয়বদি ক অমসুং  
খ দগী পঠ গী মনুংদা লাঙ্গা চপমাম্নবা বিন্দু অমা পুথোকপা  
য়াদে।

অ: উ: হি:।

৭। বাহং—টঠ লৈই অচুসদা অসিগুম্বা বিন্দু অমা পুথোকউ,  
মত্ৰদি অমগা অমগা কৰুবা লৈই অনিদগী লাঙ্গা মাম্ননা লৈগনি  
কৰুয়া মত্ৰমদা মসি য়াদে।

পাওখুম—টঠ লৈই অচুসা অমনি;  
অমসুং কথ অমসুং গঘ অসি চ বিন্দুদা  
অমগা অমগা কৰুবা লৈইনি।

টঠ গী মনুংদা কথ অমসুং গঘ দগী  
লাঙ্গা চপমাম্নবা বিন্দু অমা পুথোকদবনি।



য়েকপা—কচঘ কোণব চছ না অনি থোকা মাম্ননা খায়দোকউ।

(১ বা মল্ল্য২)।

চছ শাংদোকপনা টঠ বু প বিন্দুদা ককলে। অষ্ট ওইববদি  
প বিন্দু অসি কথ অমসুং গঘ কৰুবা লৈই অনিদগী লাঙ্গা  
মাম্নে।

প্ৰমাণ—কথ অমসুং গঘ দা মৎশিৎনা পব অমসুং পফ লম্ব  
চিংউ।

পবচ, পফচ ত্রিভুজগী

পবচ  $\angle =$  পফচ  $\angle$ , (যেকপগী মতুং ইয়া)।

পবচ  $\angle =$  পফচ  $\angle$ , (মথোই খুদিং সমকোণনি)।

অমন্তু, পচ মথোইগী তিন্নবা ব'হুনি ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথুমক মাম্নৈ । (১৭ত্বা উঃ ।

$\therefore$  পব = পফ,

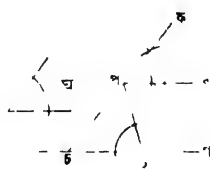
হায়বদি, টঠ লৈইগী মনুংদা প বিন্দু অসি কথ অমন্তুং গঘ  
করুবা লৈই অনিদগী লাপ্লা মাম্নৈ ।

টঠ না কচঘ কোণব তজ্জাই তানা খায়বা লৈইগা সমান্তর  
ওঠরমবদি, অসিগুদ বিন্দু পুথোকপা যংদে । অঃ উঃ হঃ ।

৮। বা'হং—অরেপা' প বিন্দুদগী, অরেপা খগ লৈই অমন্তুগা  
লোয়ননা করিগুদা অরেপা কোণ অমগ' মাম্নবা কে গ অমা শাহুনা  
লৈই অচুয়া অমা চিংউ ।

পাণ্ডুম—প অসি অরেপা বিন্দুনি ;  
খগ অরেপা লৈইনি অতুগা ঘ না অরেপা  
কোণনি ।

প বিন্দুদগী খগ দা ঘ কোণ গা মাম্নবা  
কোণ শাহুনা লৈই অচুয়া অমা চিংদবনি ।



যেকপা—খগ গী মনুংদা করিগুদা ট বিন্দু লৌবগা টপ  
শমজিমৌ অমন্তুং খগ গা সমান্তর ওইনা পব লৈই চিংউ ।

( ৬ত্বা, সম্পাদ্য ) ।



পব গী প বিন্দুদা ঘ কোণগা মান্নবা ফপব কোণ আও ।  
ফপ শাংদোকপনা খগ বু চ বিন্দুদা কক্ল ।

অহু ওইরবদি, পচ অসি পাল্লিবা লৈই অহুনি ।

প্রমাণ—পব অমসুং খগ সমাস্তুরনি, অমসুং ঘচ না মখোইবু প  
অমসুং চ বিন্দুদা ককলি ;

∴ মপানগী ফপব  $\angle$  = মসুংগী লাগ্নবা পচগ  $\angle$  ।

( ১৪তম উঃ ) ।

তোই অমসুং ফপব  $\angle$  = ঘ কোণ । ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

∴ পচগ  $\angle$  = ঘ কোণ ।

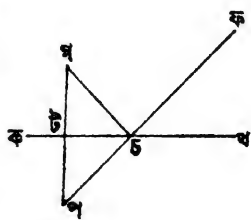
∴ পচ অসি পাল্লিবা লৈই অহুনি ।

অঃ উঃ ছিঃ ।

৯। বাহং—কথ লৈই অচুশগী নাকল অমত্তদা লৈবা গ  
অমসুং ফ অরেম্মা বিন্দু অনিদগী অসিগুশা লৈই অনি চিংউ  
মখোই অহুদি কথ লৈই অচুশদা অমগা অনগা কক্লতুনা কথ লৈই  
অচুশগা লোয়ননা মান্ন মান্নবা কোণ শাগনি ।

পাওখুম—কথ লৈই অচুশগী  
নাকল অমত্তদা লৈবা গ অমসুং ফ  
অরেম্মা বিন্দু অনিনি ।

গ অমসুং ফ বিন্দুদগী কথ লৈইদা  
কক্লবা লৈই অচুশা অনি চিংবনা কথ  
গা লোয়ননা মান্ন মান্নবা কোণ শাগদবনি ।



য়েকপা—কথ দা গট লম্ব চিংউ, অমসুং গট বু প ফাওবা  
শাংদোকপনা গট গা টপ গা মাম্বল্ল ।

পফ শমজিম্ববনা কথ বু চ বিন্দুদা কল্পে । গচ শমজিম্বো ।

অহু ওইবদি গচ অমসুং ফচ অনি অসি পাম্বিবা লৈইশিং  
অহুনি ।

প্রমাণ—গটচ, পটচ ত্রিভুজগী

গট = টপ, ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

গটচ  $\angle$  = পটচ  $\angle$ , ( মথোই খুদিং সমকোনি ) ।

অমসুং টচ মথোই অনিগী তিম্ববা বাহুনি ;

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূম্বমক মাম্বৈ । ( ১৭ত্বা উঃ ) ।

∴ গটচ  $\angle$  = পচট  $\angle$  ।

ভোইগুম্বসুং পচট  $\angle$  = ফচথ প্রতীপ  $\angle$  । ( ৩ত্বা উঃ ) ।

∴ গটচ  $\angle$  = ফচথ  $\angle$ ,

হায়বদি গচক  $\angle$  = ফচথ  $\angle$  ।

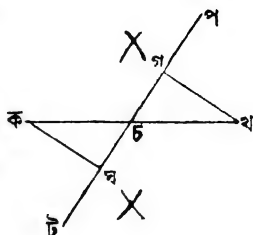
∴ গচ অমসুং ফচ অনি অসি পাম্বিবা লৈইশিং অহুনি ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১০ । বাইং—অরেপ্পা প বিন্দুদগী অসিগুম্বা লৈই অচুম্বা  
অমা চিংউ, ক অমসুং থ অরেপ্পা বিন্দু অনিদগী মহাকী মথক্কা  
চিংবা লম্ব অনি অহু মাম্বগনি ।

**পাণ্ডখুম**—প, ক অমসুং খ  
অরেপ্পা বিন্দু অছমনি ।

প বিন্দুদগী অসিগুয়া লৈই অচুয়া  
অমা চিংগদবনি, মতুগী মথক্তা ক  
অমসুং খ দগী চিংবা লম্ব অনি অতু  
মান্নগদবনি ।



**য়েকপা**—কখ শমজিন্নৌ; অমসুং কখ বু অনি থোরা  
মান্ননা খায়দোকউ । ( ২শত্বা সম্পাত্ত ) ।

পচ শমজিন্নবন ট বিন্দু ফাঙবা শাংদোকউ অতু ওইবনদি  
ক অমসুং খ দগী পট গী মথক্তা চিংবা লম্ব অনি অতু মান্নগনি ।

**প্রমাণ**—কখ অমসুং খগ অনি অসি পট দা লম্ব ওইনা চ'উ ।

কঘচ, খগচ ত্রিভুজগী

কঘচ  $\angle$  = খগচ প্রতীপ  $\angle$ , ( ৩শত্বা উঃ ) ।

কঘচ  $\angle$  = খগচ  $\angle$ , ( মথোই খুদিং সমকোণনি ) ।

অমসুং কচ = খচ ; ( য়েকপগী মতুং ইয়া )

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাম্নৈ । ( ১৭শত্বা উঃ ) ।

$\therefore$  কঘ = খগ ।

$\therefore$  পট অসি পাল্লিবা লৈই অতুনি ।

প, ক অমসুং খ বিন্দু অছম অসিনা লৈই অচুয়া অমত্তদা  
লৈববদি মথকী হিরম অসি যাদে ।

অঃ উঃ হিঃ ।

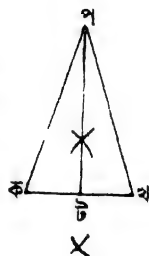
( লামাই ১২৪—১২৫ )

সম্পাত্তগী নৈমনবা বাহংগী পাণ্ডুম

১০। বাহং—ভূমিনা ৪ সে: মি: ওইবা অহুগা রাংবনা  
৬'২ সে: মি: রাংবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অমা য়েকট। বাছ অনি  
মাম্মরে হায়বগী প্রমাণ পিয়ু অমসুং মখোইগী অশাংবা সে: মি:  
মি: মি: কয়ানো ওন্দুনা হায়যু।

পাণ্ডুম—কথ সে: মি: ৪ শাংবা লৈট  
অচুসনি।

কথ গী মথক্তা সে: মি: ৬'২ রাংবা সমদ্বি-  
বাছ ত্রিভুজ অমা য়েকদবনি অমসুং মাম্মবা বাছ  
অনিগী অশাংবা ওনগদবনি।



য়েকপা—কথ বু ট বিন্দুদা অনিথোরা  
মাম্মনা খায়দোকট। ( ২গুবা সম্পাত্ত )।

ট দগী কথ দা লম্ব ওইনা টপ লৈই চিংট অমসুং টপ বু  
সে: মি: ৬'২ শাংহল্লু।

পক অমসুং পথ শমজিন্নো।'

অহু ওইরবদি পকথ অসি পান্নিবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অহুনি।

প্রমাণ—পকট, পথট ত্রিভুজগী

কট = খট, ( য়েকপগী মতুং ইয়া )।

পট মখোই অনিগী তিরুবা বাছনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কটপ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা পটখ  $\angle$  ;

( মখোই থুদি' লমকোণনি )।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাট্মৈ । ( ৪ত্বা উঃ )

∴ পক = পথ ।

∴ পকথ অ স সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি ।

অনন্তং মত'ক অরা বা টপ অসি চে মিঃ ৬২ মি ।

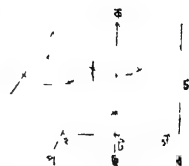
∴ পকথ অসি প'দ্বিবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অট্রনি । পক  
অনন্তং পথ খুদি প' ওন্দুনা ২ বদ সেঃ মিঃ ৬৭ ওট ।

অঃ উঃ হিঃ ।

১১। বাইহ—অসিগুথ। সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ অমা থেকট  
মতোন থংবা কোণ' অসীবা কোণ অমগা মান্নবা অট্রগা মতোন-  
গী বিন্দুদগী ভুনিগী মথক্তা চিংবা লখনা অপ'ব লৈই অচুথ' অমগা  
মান্নবা ।

মসিদগী সম'ব'ছ ত্রিভুজ অমা য়েকদব'নি অমন্তং মটুগী  
মতোনগী বিন্দুদগী মায়োক্কা বাহুদা চিংবা লম্বগী অশাংবা  
সেঃ মিঃ ৬ ওট'দব'নি । বাহু অমগী অশাংবা খুইদগী অনকপা  
মিলিটিব ফাওবা পুথোক্কাদব'নি ।

পাওখুম—(১) ফ অ'পীবা কোণনি  
অমন্তং চ না সমদ্বিবাছ ত্রিভুজগী অরাং-  
বনি ।



ফ কোণনা মতোনগী কোণ ওইবা,  
চ গী অশাংবা রাংবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজ য়েকদব'নি ।

য়েকপা—করিগুথ। কপ লৈই চিংউ, অমন্তং কপ গী ক  
বিন্দুদা ফ কোণ গা মান্নবা থকব কোণ অমা শাও ।

( ৫ত্বা সম্পাত্ত ) ।

পকব কোণবু কছ না তছাই তানা খায়দোকট ।

( ১৮৮ সম্পাত্ত ।

অমসুং কছ দগী চ গা শাংব মানবা কট মতুপ ককট ।

ট ফাওদোক্তনা কট দ'ল'ব ওইনা খটগ লৈই চি বনা কপ  
অমসুং কব ন'খ অমসুং গ বিন্দুদা কক্রে ।

অত্র ওই-ব'দ কখগ অসি পাম্বিবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি ।

প্রমাণ—কখট, কগট ত্রিভুজগী

খকট  $\angle =$  কট  $\angle$ , [ যেকপগী মতু' ইন্ন ] ।

খটক  $\angle =$  কটক  $\angle$ , [ মথোই খুদিং সমকোণনি ] ।

অমসুং কট মথোই অনিগী ত্রিভুজ বাছনি ;

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশ' পুন্নমক মান্নৈ । ( ১৭৩বা উঃ ) ।

$\therefore$  কখ = কগ ।

$\therefore$  কখগ অসি সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি ।

অমসুং মঃ কী অগাংবা কট গা ১ ১ মান্নৈ ।

অমসুং মতোনগী খকগ  $\angle =$  ফ  $\angle$  ।

$\therefore$  কখগ অসি পাম্বিবা সমদ্বিবাছ ত্রিভুজনি ।

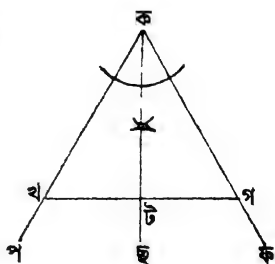
পাণ্ডুম—(২) সমবাছ ত্রিভুজ

অমা যেকদবনি ; অমসুং মতুগী

মতোনগী বিন্দুদগী মাযোক্রবা বাছদা

চিংবা লম্বগী অশাংবা সে: মি: ৬

ওইগদবনি ।



যেকপা—পকফ কোণ অসি ৬০°

গা মান্ননা শাও, অমসুং কছ না মসিবু তজ্জাই ভানা খায়দোকউ ।  
( ১৮ সম্পাত্ত ) ।

কছ দগী সে: মি: ৬ শাংবা কট মতুপ ককউ । ট ফাও-  
দোক্সুনা কট দা লম্ব ওইনা কপ অমসুং কফ বু থ অমসুং গ দা  
ককতুনা খটগ লৈই চিংউ ।

অহু ওইরবদি কথগ অসি পাহিবা সমবাহু ত্রিভুজ অহু  
ওইরে ।

প্রমাণ—মথকী পাওখুম (১) গী প্রমাণগুয়া কথগ অসি সমদ্বি-  
বাহু ত্রিভুজনি হায়না প্রমাণ ভৌবা যাই ।

হোজিক কথগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগী

কথ = কগ ;

∴ কথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  । ( ৫৩৮ উ: ) ।

অমুক হমা কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  + থকগ  $\angle$  =  $১৮০^\circ$  ।

( ১৬৩৮ উ: ) ।

অমসুং থকগ  $\angle$  =  $৬০^\circ$  । ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

অহানবগী মান্নবা রাশীশিং অসিদগী অকোনবগী মান্নবা  
রাশীশিং অসি খায়দোক্সবদি ।

কথগ  $\angle$  + কগথ  $\angle$  =  $১২০^\circ$  ।

ভৌইগুমসুং কথগ  $\angle$  = কগথ  $\angle$  । ( প্রমাণ তথ্যে ) ।

∴ মথোই খুদিংমক  $৬০^\circ$  নি ।

∴ কথগ অসি সমান কোণী ত্রিভুজনি ।

∴ কথগ অসি সমবাহু ত্রিভুজনি । ( ৬৩৮ উ: গী অনুমাণ ) ।

সমবাহু ত্রিভুজ অসিগে পাণ্ডু অমণী অশা-বা ওনবদা সেঃ মিঃ  
৬'৯ ওই ।

১২। বাহু—ক দগী খগ ভূমিগী মথক। চি ব লম্বন সেঃ  
মিঃ ৫'০ নি অদগ। কথ, কগ ব'ভনা মথ শিংনা সেঃ মিঃ ৫'৮  
অমসুং ৯'০ নি । কথগ ত্রিভুজ অদ যকউ ।

পাণ্ডুপত্র—ক দগী খগ ভূমিগী মথক। চিংবা লম্বন সেঃ মিঃ  
৫'০ ওইব, কথ অমসুং কগ ব'ভনা মথ শিংনা সেঃ মিঃ ৫'৮  
অমসুং ৯'০ ওইবা ত্রিভুজ অদ যকউদনি

( ১ )

( ১ )

যেকপা—কথ লৈইল সেঃ মিঃ ৫'০ শ'ন লী । য দিন্দ  
ফ'ওদোক্তনা কথ দা লম্ব ওইন চঘত লৈই অদা চি উ ।

ক বৃ এক্স লোইনা সেঃ মিঃ ৫'৮ অমসুং ৯'০ বা স দ  
লোইনা বৃদ ম'চৎ ত'নি যকপনা খ অমসুং গ'ব'দ কথ গী  
চিত্র (১) দ নাকল অমতদা, চিত্র (২) দ ন কল অনিদ ক'ক্রে ।

চিত্র খুদিদা কথগ অসি পাণ্ডু ত্রিভুজ অদুনি ।

প্রমাণ—কথ = সেঃ মিঃ ৫'৮, [ যেকপগ মতুং ইয়া ] ।

কগ = সেঃ মিঃ ৯'০, [ যরম অদুয়ক ] ।

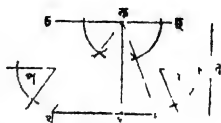


অমসুং অরাংবা কঘ = .সঃ িঃ ৫°০ । [ মরম অহুয়ক্কা ] ।

∴ কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

১৩। বাহং কথগ ত্রিভুজ অমা অহুয়া য়েকদবনি, মাহু  
খ অমসুং গ কোণনা অপীবা প অমসুং ফ কোণগা মান্নবা, অহুগ  
ক দগী খগ ভুগী মথক্কা চিংবা লম্বনা অপীবা লৈই ব গা  
মান্নবা ।

পাণ্ডথুম—প অমসুং ফ অপীবা  
কোণগা মথংগিনা খ অমসুং গ কোণগা  
মান্নবা ক দগী ভুগী মথক্কা চিংবা



লম্বনা অপীবা ব অশাংবগা মান্নবা কথগ ত্রিভুজ য়েকদবনি ।

য়েকপা—চকছ হায়বা লৈই অচুয়া অমা লো; চকছ গী  
ক বিন্দুদ চকখ  $\angle$  অমসুং ছকগ  $\angle$  অনি অসি মথংগিনা প  
অমসুং ফ কোণগা মান্না শাও । ( ৫গুবা সম্পাঙ্ক ) ।

চছ দা কঘ লম্ব চিংউ অমসুং কঘ গা ব গা মান্না লো ।  
ঘ বিন্দু ফাওদোক্তনা খঘগ লৈই অসি কঘ দা লম্ব ওইনা চিংবনা  
কথ অমসুং কগ বু খ অমসুং গ বিন্দুদা কক্লে ।

অহু ওইরবদি কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—চছ অমসুং খগ লৈই অনিমক কঘ দা লম্বনি ;

∴ চছ গা খগ গা সমান্তরনি ।

হৌজিক চছ অমসুং খগ সমান্তরনি, অমসুং মথোইবু কথ না  
ক অমসুং খ বিন্দুদা উনৈ ;

∴ চকখ  $\angle$  = একান্তর কথগ  $\angle$  । ( ১৪গুবা উঃ ) ।

মাত্ৰী অন্তৰ্গত ছকগ  $\angle =$  কগখ  $\angle$  ।

তৌইগুণসুং চকখ  $\angle =$  প  $\angle$ , ( য়েকপণী মতুং ইল্লা ) ।

অমসুং ছকগ  $\angle =$  ফ  $\angle$  । ( মরম অদ্রমক্কা ) ।

$\therefore$  ৭খগ  $\angle =$  প  $\angle$ ,

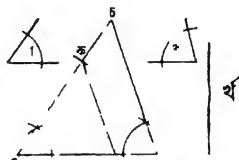
কগখ  $\angle =$  ফ  $\angle$  ।

অত্ৰগা কঘ গা ব অশাঃবগা মাম্লে ।

$\therefore$  কখগ অসি পামিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

১৪। বাহুং—খ অমসুং গ কোণ অত্ৰগা খ' বাহু পীছনা লৈ । কোণ ওল্লাই থুলাই শিজিল্লদনা কখগ ত্রিভুজ য়েকউ ।

পাঠ্যম—খ অমসুং গ কোণ পিরি অমসুং খ' বাহু পিরি ; কখগ ত্রিভুজ য়েকদবনি ।



য়েকপা—করিগুয়া গঘ লৈই অচুয়া অমা লৌ । গঘ গী গ অমসুং ঘ বন্দুদা চগঘ অমসুং চঘগ কোণশিং অসি মথংশিংনা গ অমসুং খ কোণগা মাম্লেনা শাবদা গচ অমসুং ঘচ অনি চ বিন্দুদা উনৈ ।

গ বু কেল্ল লৌছনা খ' অশাঃববু বাসার্কি লৌছনা বৃত্ত মচেং অমা য়েকপনা গচ বু ক বিন্দুদা কল্লে । চঘ গা সমান্তর ওইনা কখ চিঃবদা গঘ বু খ বিন্দুদা উনৈ ।

অহু ওইবদি কখগ অসি পামিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

**প্রমাণ—**কথ গা চঘ গা সমস্তাংনি অমসুং গঘ না মাত্ৰাটিবু থ  
অমসুং ঘ বিন্দুদা ককট ;

∴ মপানগী কথগ  $\angle$  = মনুগী লাপ্পবা চঘথ  $\angle$  ।

( ১৪তম উঃ ) ।

ভৌইগুহসুং চঘথ  $\angle$  = থ  $\angle$  , [ যেকপগ মতুং ইয়া ] ।

∴ কথগ  $\angle$  = থ  $\angle$  ।

অমসুং কগথ  $\angle$  = গ  $\angle$  । [ যেকপগ মতুং ইয়া ] ।

অদুগা কগ গা থ'অশ'বগা মাম্নৈ । [ যেকপগ মতুং ইয়া ] ।

∴ কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অত্ৰনি ।

১৫ । স্বাহং—অপীবা ভূমি অমগী মথক্কা অসিগুহা সম'দ্ব-  
বাহু ত্রিভুজ অমা যেকউ মদুগী মতোনগী ক'গ' অপীবা প'  
কোণগা মাম্নবা ।

**পাণ্ডুম—**থগ ভূমি অমসুং

মতোনগী পবফ কোণ পিরি ।

সংদ্বিবাহু ত্রিভুজ অমা যেকদবনি ।

**যেকপা—**পব বাহুবু ট বিন্দু

ফাওবা শাংদোকউ ।

কবট কোণবু বচ না তজ্জাই তানা খায়দোকট । থগ ভূমিগী  
থ অমসুং গ বিন্দুদা কথগ অমসুং ক'থ কোণ অনি অসিগী  
খুদিবু টবচ কোণগা মাম্নবা শাবদা থক অমসুং গক অনি অস  
ক বিন্দুদা উনৈ ।

অতঃপর এইরূপে কথগ অসি পাল্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

প্রমাণ—কথগ  $\angle =$  টবচ  $\angle$ , (যেকপগী মতঃ ইয়া) ।

অমসুং কগথ  $\angle =$  টবচ  $\angle$ , (মরম অহমক্লা) ।

$\therefore$  কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  ।

কথগ ত্রিভুজদা

কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  ;

$\therefore$  কথ = কগ ।

$\therefore$  কথগ ত্রিভুজ অসি সমদ্বিবাহুনি ।

অমুক হয়া, কথগ  $\angle +$  কগথ  $\angle +$  থকগ  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি ।

( ১২ত্বা উঃ ) ।

অতঃপর পবক  $\angle +$  ফবট  $\angle =$  সম  $\angle$  অনি । ( ১৩ উঃ ) ।

$\therefore$  কথগ  $\angle +$  কগথ  $\angle +$  থকগ  $\angle =$  পবক  $\angle +$  ফবট  $\angle$  ।

তাইওমসুং কথগ  $\angle +$  কগথ  $\angle = ২ \times$  টবচ  $\angle =$  ফবট  $\angle$  ।

অহানবগী মাল্লাবা কোণগী রাশীশিঃদগী অকোনবগী মাল্লাবা  
কোণগী রাশীশিঃ অসি ঋয়দোক্লগা

থকগ  $\angle =$  পবক  $\angle$  ।

$\therefore$  কথগ অসি পাল্লিবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজনি ।

১৬। বাহুঃ—গ্ কর্ণগী অশাংবা অতঃপর ক্ অমসুং থ্  
বাহুগী তিনশিঃগী পীছনা লৈ, কথগ সমকোণী ত্রিভুজ অহ  
য়েকদবনি ।

গ্ = সেঃ মিঃ ৫'৩, অতঃপর ক্ + থ্ = সেঃ মিঃ ৭'৩ ওইবদি  
ক্ অমসুং থ্ কয়া কয়ানো চিত্রগী পাইশ্বনা পুথোকউ ; অতঃপর

$\sqrt{k^2 + x^2}$  কয়া ওইগদগে পাতুনা পুথোকউ ।

পাণ্ডথুম—গ্ কর্ণ = সে: মি: ৫'৩ অমসুং  
 $k + x =$  সে: মি: ৭'৩; সমকোণী ত্রিভুজ যেক-  
 দবনি, অমসুং  $k, x$  অমসুং  $\sqrt{k^2 + x^2}$   
 কয়া কয়ানো পুথোকদবনি ।



য়েকপা—ঘক লৈই অচুম্বগা সে: মি: ৭'৩ গা মান্ননা লো ।  
 ঘক গী ঘ বিন্দুদা সমকোণী তত্খাইগা মান্নবা চঘক কোণ শাও ।  
 ক কল্প লোতুনা সে: মি: ৫'৩ বু ব্যাসার্দ্ধ লোতুনা বৃত্ত মচেং  
 অমা য়েকপনা ঘচ বু খ বিন্দুদা কক্লে ।

ঘক গী মথক্কা খগ লম্ব চিংলে ।

অত্ৰ ওইরবদি কখগ অসি পান্নিবা সমকোণী ত্রিভুজ অত্ৰনি ।

প্রমাণ—খগঘ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা । ( য়েকপণী মত্ঃ ইয়া ) ।

অমসুং খঘগ  $\angle =$  ২ সম  $\angle$  । ( মরম অহমক্কা ) ।

$\therefore$  খগঘ  $\angle +$  খঘগ  $\angle = ১২$  সম  $\angle$  ।

তোইওম্বম্ভং গখঘ  $\angle +$  খগঘ  $\angle +$  খঘগ  $\angle = ২$  সম  $\angle$  ।

( ১৩ত্ৰবা উ: ) ।

অত্ৰগা খগঘ  $\angle +$  খঘগ  $\angle = ১২$  সম  $\angle$  ।

অহানবা মান্নবা কোণগী রাশীশিংদগী অকোনবা মান্নবা কোণগী  
 রাশীশিং অসি খায়দোক্কা

গখঘ  $\angle =$  ২ সম  $\angle$  ।

$\therefore$  গখঘ  $\angle =$  খঘগ  $\angle$  ।

হৌজিক খগঘ ত্রিভুজগী



চক বাহুগী ক বিন্দুদা কচ্ছ কোণগা মান্নবা চকথ কোণ  
শাও ; মসিদা কথ না চছ বু থ বিন্দুদা উনৈ ।

অমুক ছক বাহুগী ক বিন্দুদা কচ্ছ কোণগা মান্নবা ছকগ  
কোণ শাও ; মসিদা কগ না চছ বু গ বিন্দুদা উনৈ ।

অহু ওইয়বদি কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজগী

$$\text{খচক } \angle = \text{চকথ } \angle ; \quad (\text{য়েকপগী মতু ইয়া}) ।$$

$$\therefore \text{চখ} = \text{কথ} । \quad (\text{ওতবা উঃ}) ।$$

মতৌ অমুয়া ছগ = কগ ।

$$\therefore \text{কখ} + \text{খগ} + \text{কগ} = \text{চখ} + \text{খগ} + \text{গছ} = \text{চছ} = ১২ \text{ সে: মি:} ।$$

অমুক, কচ্ছ ত্রিভুজগী চখ বাহু অসি গ বিন্দু ফাওবা শাংদোক্লি ;

$$\therefore \text{মপানগী কখগ } \angle = \text{মমুংখংবা লাম্ববা কচখ, চকথ} \\ \text{কোণ তিন্নশিনবা} = ৩৫^\circ + ৩৫^\circ = ৭০^\circ । \quad (\text{১৬তবা উঃগী প্রমাণদা}) ।$$

মতৌ অমুয়া কগথ  $\angle = ৮০^\circ$  হায়বা প্রমাণ ভৌবা যাই ।

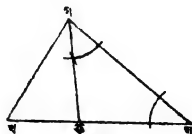
$\therefore$  কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

১৮ । বাহং—ক = ৬.৫ সে: মি:, খ + গ = ১০ সে: মি:  
অহুগা খ = ৬.০° কথগ ত্রিভুজ অহু য়েকউ । খ অমমুং গ কয়া  
কয়ানো ওন্দুনা হায়য় ।

পাওখুম—ক = ৬.৫ সে: মি:,

$$\text{খ} + \text{গ} = ১০ \text{ সে: মি: অহুগা খ} = ৬.০^\circ ।$$

কথগ ত্রিভুজ য়েকদবনি । অমমুং  
ওন্দুনা খ অমমুং গ কয়া কয়ানো পুখোকদবনি ।



য়েকপা—করিগুয়া খঘ লৈই অচুয়গা সে: মি: ১০ গা মান্ননা লৌ। খঘ গী খ বিন্দুদা গখঘ কোণ  $৬০^\circ$  গা মান্ননা শাও অমসুং খগ গা সে: মি:  $৬'৫$  গা মান্ননা লৌ।

গঘ শমজিমৌ।

গঘ গী গ বিন্দুদা খঘগ কোণগা মান্নবা কগঘ কোণ শাও অমসুং গক না খঘ বাহুব ক বিন্দুদা উনৈ।

অহু ওইরবদি কখগ অসি পায়িবা ত্রিভুজ অহুনি।

প্রমাণ—কগঘ ত্রিভুজগী

কগঘ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$  ; ( য়েকপগী মতুং ইয়া )।

$\therefore$  কঘ = কগ। ( ৬৩বা উ: )।

গ্ + খ্ = খক + কগ = খক + কঘ = খঘ = ১০ সে: মি:।

( য়েকপগী মতুং ইয়া )।

অহুগা ক্ = খগ =  $৬'৫$  সে: মি: ; ( মরম অহুয়কা )।

অমসুং কখগ  $\angle$  =  $৬০^\circ$ ।

$\therefore$  কখগ অসি পায়িবা ত্রিভুজ অহুনি।

ওন্দুনা য়েংবদা কগ = খ্ =  $৫'৮$  সে: মি:

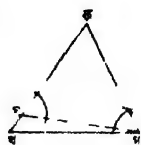
অমসুং কখ = গ্ =  $৪'২$  সে: মি:।

১৯। বাহুং—ক্ = ৭ সে: মি:, গ্ - খ্ = ১ সে: মি: অহুগা খ =  $৫৫^\circ$ । কখগ ত্রিভুজ অহু য়েকউ। খ্ অমসুং গ্ কয়া কয়ানো ওন্দুনা পুথোকউ।



পাণ্ডুম—কৃ=৭ সে: মি:, গ্-খ্=১  
সে: মি: অতঃপা খ্=৫৫°।

কথগ ত্রিভুজ যেকদবনি, অমসুং ওন্দুনা খ্  
অমসুং গ্ কযা কযানো পুথোকদবনি।



যেকপা—খগ লৈইগা সে: মি: ৭ কা মাসনা লো। খগ গী  
খ বিন্দুদা কথগ কোণ অসি ৫৫° গা মাসনা শাও। খক দগী  
খঘ অসি সে: মি: ১ গা মাসনা লো। ঘগ শমজিলো।

ঘগ গী গ বিন্দুদা কগঘ কোণ অসি কঘগ কোণগা মাসনা  
যেকউ, অমসুং ঘক অমসুং গক অনিমক ক বিন্দুদা উনৈ।

অতঃপা ওইরবদি কথগ অসি পাহিবা ত্রিভুজ অতঃপা।

প্রমাণ—কগঘ ত্রিভুজগী

কগঘ  $\angle$  = কঘগ  $\angle$  ; (যেকপগী মতঃ ইয়া)।

$\therefore$  কঘ = কগ। (ওইবা উঃ)।

গ্-খ্ = কথ - কগ = কথ - কঘ = খঘ = ১ সে: মি:,  
(যেকপগী মতঃ ইয়া)।

অমসুং কৃ = খগ = ৭ সে: মি:, (মরম অহমক্কা)।

অমসুং কথগ = ৫৫। (মরম অহমক্কা)।

$\therefore$  কথগ অসি পাহিবা ত্রিভুজ অতঃপা।

ওন্দুনা য়েংবদা কগ = খ্ = ৭ সে: মি:।

অমসুং কথ = গ্ = ৮ সে: মি:।

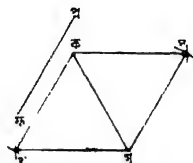
চতুর্ভুজ যেকপগী মরমদা নৈননবা বাহংগী পাণ্ডুম

( লামাই ১২৩—১৩১ )

১। বাহং—অসিগুদা সমবাহু চতুর্ভুজ অমা যেকউ মহাকী বাহু খুদিংমক অমসুং কণ অমখক অগীবা পফ লৈই অচুদা অমগা মাল্লগদবনি ।

মহাকী কোণ খুদিংমকী ডিগ্রী মশিং কয়ানো ( ওন্দনা ) পুথোকউ অমসুং পাণ্ডুম খুদিং মরম তাকউ ।

পাণ্ডুম—পফ অগীবা লৈই অচুদা অমনি ।



বাহু খুদিংমক অমসুং কণ অমগা পফ গা মাল্লবা সমবাহু চতুর্ভুজ অমা যেকদবনি ; অমসুং মটগী কোণ খুদিংমক ( ওন্দনা ) পুথোকদবনি ।

যেকপা—কগ লৈই অচুদগা পফ গা মাল্লনা লোঁ । ক অমসুং গ বু কেন্দ্র লোঁদুনা কগ বু ব্যাসার্ধ লোঁদুনা কগ গী নাকল অনি-মক্তা যেকপা বৃত্ত মচেং অনি অনি অহু খ অমসুং ঘ বিন্দুদা কক্ৰৈ ।

কখ, গখ, কঘ অমসুং গঘ শমজিন্নো ।

অহু ওইরবদি কখগঘ অসি পাম্লিবা সমবাহু চতুর্ভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী

কখ = কঘ, [ বৃত্ত অমতগী ব্যাসার্ধিনি ] ।

খগ = গঘ, [ মরম অহুমক্কা ] ।

অমসুং কখ = খগ । [ মাল্লবা বৃত্তগী ব্যাসার্ধিনি ] ।

∴ কখগঘ চতুর্ভুজগী বাহু পুন্নমক অমগা অমগা মাল্লৈ,

অমসুং বাহু খুদিং = কগ = পক ।

∴ কখগঘ অসি পায়িবা সমবাহু চতুর্ভুজনি ।

অমুক হুনা, কখগ ত্রিভুজগী

কখ = খগ = কগ ; ( প্রমাণ ভৌথে ) ।

∴ কখগ অসি সমানকোণী ত্রিভুজনি, ( ৬তম অঙ্ক ) ।

হায়বদি কখগ  $\angle$  = কগখ  $\angle$  = খকগ  $\angle$  ।

কোণ ইগুন্মসুং কখগ  $\angle$  + কগখ  $\angle$  + খকগ  $\angle$  =  $১৮০^\circ$  ।

( ১৬তম উঃ ) ।

∴ কোণ খুদিংমক =  $\frac{১৮০^\circ}{৩} = ৬০^\circ$  ।

∴ কখগ  $\angle$  =  $৬০^\circ$  ।

মতো অমুনা কখগ ত্রিভুজগী মনুংদা লৈবা কোণ খুদিংমক =  $৬০^\circ$  হায়বা প্রমাণ ভৌবা যাই ।

∴ কঘগ  $\angle$  =  $৬০^\circ$  ।

হৌজিক খকঘ  $\angle$  = খকগ  $\angle$  + গকঘ  $\angle$  =  $৬০^\circ + ৬০^\circ = ১২০^\circ$  ।

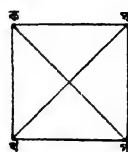
মতো অমুনা খগঘ  $\angle$  =  $১২০^\circ$  হায়বা প্রমাণ ভৌবা যাই ।

∴ কখগঘ সমবাহু চতুর্ভুজগী কখগ, কঘগ কোণ খুদিংনা  $৬০^\circ$  নি, অমসুং খকঘ, খগঘ কোণ খুদিংনা  $১২০^\circ$  নি ।

২। বাহু—২'৫ ইঞ্চি শাংবা বাহু অমগী মথক্কা সমচতুর্ভুজ অমা য়েকউ । মহাকী কর্ণ অনি অদু মাইনৈ হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ পিয়ু; অমসুং কর্ণ অদুগী অশাংবা ইঞ্চি অমসুং ইঞ্চিগী

শরক চামগী শরক কয়ানো ওন্দুনা নহাক্রা য়েকপা অহু চুমই চুমদে হায়বা চাং য়েউ ।

পাণ্ডুখ—( ১ ) বাহু খুদিংনা ইঞ্চি ২'৫  
শাংবাসমচতুর্ভুজ অমা য়েকদবনি ।



য়েকপা—খগ বাহুবু ইঞ্চি ২'৫ শাংনা লো ।  
খ অমসুং গ বিন্দুদা খক অমসুং গঘ অনি অসি  
খগ দা লম্ব ওইনা চিংউ অমসুং খক, গঘ খুদিংমক ইঞ্চি ২'৫  
শাংহল্লু । কঘ শমজিন্নো ।

অহু ওইরবদি কখগঘ অসি পায়িবা সমচতুর্ভুজ অহুনি ।

( ২ ) মথকী চিত্রদা কগ, খঘ কর্ণ শমজিন্নরে, অমসু মথোই  
খুদিংমক মাইম হায়বা জ্যামিতিগী প্রমাণ ভোগদবনি ।

প্রমাণ—কখগ, ঘগখ ত্রিভুজগী কখ = গঘ,

( মথোই খুদিং ইঞ্চি ২'৫ নি ) ।

খগ মথোই অনিমকী তিন্নবা বাহুনি ।

অমসুং মরক্তা লৈবা কখগ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা খগঘ  $\angle$  ;

( মথোই খুদিং সমকে গনি ) ।

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইম । ( ৪৩বা উঃ ) ।

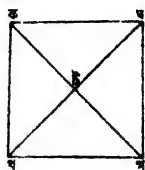
$\therefore$  কগ = খঘ ।

অমসুং ওনবদা কর্ণ খুদিংমক ইঞ্চি ৩'৫৪ ওই ।

৩ । বাহু—ইঞ্চি ৩'০ কর্ণগী মথক্তা সমচতুর্ভুজ অমা  
য়েকউ । অমসুং সমচতুর্ভুজ অহু বাহু খুদিংমকী অশংবা

অহু ওন্দুনা লেপথোউ । ফল পৃথক অহুগী চাওরাকপা (গড়)  
অমা পুথোকউ ।

পাওথুম—ইঞ্চি ৩ শাংবা লৈইনা কৰ্ণ ওইবা  
সমচতুৰ্ভুজ অমা য়েকদবনি অমসুং মতুগী বাহু  
খুদিংগী অশাংবা ওনগদবনি ।



য়েকপা—কগ লৈই অচুম্ববু ইঞ্চি ৩ শাংনা  
লৌ । কগ বু অনি থোকা মান্ননা ট বিন্দুদা খায়দোকউ । ট  
বিন্দু ফাওদোকুনা কগ দা লম্ব ওইনা খটঘ লৈই চিংউ অমসুং  
খট, টঘ খুদিংমক ইঞ্চি ১৫ শাংহল্লু ।

কথ, খগ, গঘ অমসুং ঘক শমজিন্নৌ । অহু ওইবদি  
কথগঘ অসি পায়িবা সমচতুৰ্ভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—কথগঘ চতুৰ্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কৰ্ণ অনি অসি  
অমনা অমবু অনি থোকা মান্ননা খায়দোকই ;

( য়েকপা মতুং ইল্লা ) ।

∴ কথগঘ অসি সামান্তরিক ওই । ( লামাই ৮৭কী ৩৩বা হাং ) ।

অমুক ইল্লা, কগ = ইঞ্চি ৩

$$\text{খঘ} = \text{ইঞ্চি } ( ১'৫ + ১'৫ ) = \text{ইঞ্চি } ৩ ।$$

∴ কথগঘ সামান্তরিকী কগ কৰ্ণ = খঘ কৰ্ণ ;

∴ কথগঘ অসিগী কোণ পৃথক সমকোণ ঙাফি,

( লামাই ৮৭কী ৩৩বা হাং ) ।

হায়বদি মসি আয়ত্ত অমনি ।

হোজিক কথট, গথট ত্রিভুজগী

কট = গট ।

খট মথোই অনিমকী ভিন্নবা বাহনি,

অমসুং মরক্তা লৈবা কটখ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা গটখ  $\angle$  ;

( মথোই খুদিং সমকোণনি ) ।

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পৃথকক মাম্লে । ( শুকো উঃ ) ।

$\therefore$  কথ = খগ ।

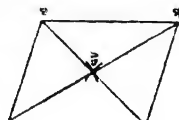
কথগঘ আয়তকী ওাইনবা বাহ অনি মাম্লে ;

$\therefore$  কথগঘ অসি সমচতুর্ভুজ ওইরে ।

অমসুং মসিগী বাহ খুদিং ওন্দুনা য়েবদা ইকি ২'১২ ওই  
হায়বা ফংই ।

৪। বাহং—কথ = ৫'৫ সে: মি: ; কগ, খঘ কর্ণ সখ শিংনা  
সে: মি: ৮ অমসুং ৬ নি; কথগঘ সামান্তরিক অহু য়েকউ ।  
কঘ গী অশাবা ওন্দুনা পুখোকউ ।

পাণ্ডুম—কথ = ৫'৫ সে: মি:, কগ কর্ণ  
= ৮ সে: মি:, খঘ = ৬ সে: মি: হায়বা পিরি ;  
কথগঘ সামান্তরিক য়েকদবনি ।



য়েকপা—কথ বাহবু সে: মি: ৫'৫ শাংনা লৌ । ক অমসুং  
খ বু কেন্দ্র লৌছনা সে: মি: ৪ অমসুং ৩ ব্যাসার্ধ লৌছনা বৃত্ত  
মচেং অনি য়েকপনা ট বিন্দুদা ককরে ।

কট অমজিন্নতনা গ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কট গা টগ  
গা মাম্লেহু ।

অমুক, খট শমজিন্নহুনা ঘ বিন্দু ফাওবা খাংদোকপদা

খট গা টঘ গা মান্নহল্লু ।

কঘ, ঘগ, গখ শমজিন্নো ।

অহু ওইয়বদি কখগঘ অসি পাল্লিবা সামান্তরিক অহু ওইরে ।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা

অমবু অনি থোকা মান্নবা খায়দোকই ;

∴ কখগঘ অসি সামান্তরিকনি ।

অহুগা কগ = কট + টগ

= ৪ সে: মি: + ৪ সে: মি: = ৮ সে: মি: ।

খঘ = খট + টঘ = ৩ সে: মি: + ৩ সে: মি: = ৬ সে: মি: ।

অমসুং কখ = ৫.৫ সে: মি: ।

∴ কখগঘ অসি পাল্লিবা সামান্তরিকনি ।

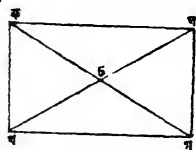
ওন্দুনা য়েংবদা কঘ অসি সে: মি: ৪.৪ নি হায়বা ফংই ।

৫। বাহাং—করিগুন্না চতুর্ভুজ অমগী কর্ণ অনি অহু মাম্নে  
( মথোই খুদিংমকা ৬.০ সে: মি: ওইহুনা ) অমসুং ৬০° কোণদা  
অমগা অমগা ময়ায়দা করুররে ।

মফম অসিদা মথাপোন্নদবা হিরম মঙাখক পীরে হায়বা  
অসি উল্লু ।

চতুর্ভুজ অহু য়েকউ । মাহু করহা চতুর্ভুজনে ? পাওখুম  
পীবদা জ্যামিতিগী প্রমাণ তাকউ । মহাকী অকোয়বা ওন্দুনা  
হায়য়ু । কর্ণ অনি অহুগী মসুংদা লৈবা কোণ অহু ৯০° ফাওবা  
হেনগৎলবদি অকোয়বা অহু চামগী হিংদা কয়া হেনগৎপগে ?

পাণ্ডুম—(১) সে: মি: ৬ শাংবা  
মাম্বা কর্ণ অনিনা অমনা অম্বু ৬০° দা  
ময়ায়দা কল্পবা চতুর্ভুজ অমা য়েকুগা প্রমাণ  
গীহুনা করহা চতুর্ভুজনো হায়গদবনি।



য়েকপা—কগ লৈই অচুষ্ব সে: মি: ৬ শাংনা লৌ। অমসুং  
মসিবু ৫ বিন্দুদা তআই তানা খায়দোকউ। ৫ বিন্দু ফাওদোজুনা  
খচঘ লৈই অচুষা চিংবদা কগ গা লোয়ননা ৬০° গী কচখ কোণ  
শেমউ অমসুং খচ, চঘ খুদিংনা সে: মি: ৩ শাংহল্লু।

কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক শমজিন্নৌ; অহু ওইববদি  
কখগঘ অসি পাল্লিবা চতুর্ভুজ অজুনি।

প্রমাণ—কখগঘ চতুর্ভুজগী কগ অমসুং খঘ কর্ণ অনি অমনা  
অম্বু ময়ায়দা কক্কে;

∴ কখগঘ অসি সামান্তরিকনি।

( লামাই ৮৭ কী নৈননবা বাহং ৩৩বা )।

অমুক হুমা কগ কর্ণগা খঘ কর্ণগা মাম্লে; ( পীৰগী মতুং ইমা )।

∴ কখগঘ সামান্তরিকী কোণ পুন্নমক সমকোণনি।

( লামাই ৮৭ কী ৫৩বা নৈননবা বাহং )।

হায়বদি, কখগঘ অসি আয়তনি।

(২) মথকী হিরম অসিদগী অমগা অমগা মখাপোন্নদবা  
মখাগী মণ্ডাখক অসি কংই—

(ক) কগ গী ময়ুং, (খ) খঘ গী ময়ুং, (গ) কগ না খঘ বু



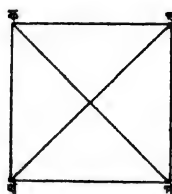
তত্ৰাই তানা খায়দোকই, (ঘ) খঘ না কগ বু তত্ৰাই তানা খায়-  
দোকই অমসুং (ঙ) কগ অমসুং খঘ অনি অসি ৬০° গী কোণ  
শেষত্ৰনা কৰৈ ।

(৩) কখ অমসুং খগ বু ওনবদা কখ = ৩ সে: মি: অমসুং  
খগ = ৫.২ সে: মি: হায়বা ফংই ।

মরম অত্ৰনা অকোয়বা = কখ + খগ + গঘ + ঘক

$$= ৩ + ৫.২ + ৩ + ৫.২ = ১৬.৪ \text{ সে: মি: ।}$$

(৪) কৰ্ণ অনিগী মবক্তা লৈবা কোণ  
অসি ৯০° দা হেনগৎলবদি নাকলদা উৎলিবা  
চিত্ৰগী মতুং ইম্মা মসি সমচতুৰ্ভুজ ওই ।



কখগঘ সমচতুৰ্ভুজগী বাহু খুদিংমক  
ওনবদা সে: মি: ৪.২৪ নি হায়বা ফংই ;

$$\therefore \text{অকোয়বা} = ১৬.৯৬ \text{ সে: মি: ।}$$

$$\therefore \text{হেনগৎপা} = ১৬.৯৬ - ১৬.৪ = ০.৫৬ \text{ সে: মি: ।}$$

$$\therefore \text{চামদা হেনগৎপা হিং} = \frac{০.৫৬ \times ১০০}{১৬.৪} = ৩.৪ \text{ ।}$$

৬। বাহং—কখগঘ চতুৰ্ভুজগী কখ = ৫.৬ সে: মি:, খগ =  
২.৫ সে: মি: গঘ = ৪.০ সে: মি: অত্ৰনা ঘক = ৩.৩ সে: মি: ।  
পীবিবা হিবমশিং অসিদগী চতুৰ্ভুজ অত্ৰগী মওং লেম্মা যাদে  
হায়বা অসি তাকউ ।

( ১ ) ক = ৩০°, ( ২ ) ক = ৬০° ওইবদি চতুৰ্ভুজ অত্ৰ

য়েকট।  $\angle K = 100^\circ$  ওইববদি চতুর্ভুজ অহু য়েকপা যাদবা করিগীনো ?

ক গী খুইদগী হেরা পীকপা ডিগ্রী কয়া ওইবগা য়েকপা যাদবগে চিত্রগী পাঠৈনা লেপউ।

পাণ্ডখুম—কখ =  $5^\circ 6$  সে: মি:, খগ =  $2^\circ 5$  সে: মি:, গঘ =  $3$  সে: মি: অমসুং ঘক =  $3^\circ 3$  সে: মি: পীবি।

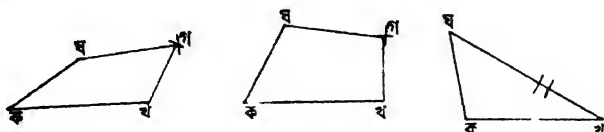
চতুর্ভুজ অসিগী মওং লেপা যাদে হায়বা উৎকদবনি।

মরম মঙা পীবগা চতুর্ভুজগী অরেপা মওং লেপা ওমই, ভৌইগুমসুং মকম অসিদা মবম মবি, হায়বদি বাহু মবিগী অশাংবতা মপীবৈ, মরম অমা হাংলে ;

$\therefore$  চতুর্ভুজগী মওং লেপা যাদে।

(১)  $\angle K = 100^\circ$ , অমসুং (২)  $\angle K = 60^\circ$  মতমদা চতুর্ভুজ অহু য়েকদবনি অমসুং (৩)  $\angle K = 100^\circ$  মতমদা চতুর্ভুজ য়েকপা যাদে হায়বা, অমসুং কনা কযা ফাওবা খুইদগী পিকথবগা চতুর্ভুজ অহু য়েকপা যাদবগে হারবা উৎকদবনি।

য়েকপা—(১) খকঘ  $\angle$  অসি  $100^\circ$  গা মারনা খাও অমসুং কখ অমসুং কঘ মথংখিৎনা সে: মি:  $5^\circ 6$  অমসুং  $3^\circ 3$  গা মারনা লৌ।



খ অমসুং ঘ বু কেন্দ্র লৌহুনা মথশিহনা সেঃ মিঃ ২'৫  
অমসুং ৪ লৌহুনা বৃত্ত মচেৎ অনি য়েকপনা গ বিম্বুদা করবে।

খগ, ঘগ শমজিমৌ।

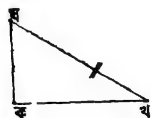
অহু ওইরবদি কখগঘ অসি পামিবা চতুর্ভুজ অহুনি।

(২) মতো অসুন্না চিত্র (২) দা খকঘ কোণগা  $৬০^\circ$  গা  
মামনা য়েকলগা কখগঘ চতুর্ভুজ য়েকপা য়াই। (৩) ক কোণনা  
 $১০০^\circ$  ওইবদি খ অমসুং ঘ বু কেন্দ্র লৌহুনা সেঃ মিঃ ২'৫  
অমসুং ৪ বু ব্যাসাক্ষ লৌহুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ অনি অহু  
করবোই, মবমদি খঘনা (৪+২'৫), হায়বদি  $৬'৫$  সেঃ মিঃ  
দগী হেমা চাওরমগনি। মবম অহুনা চিত্র (৩) দা চতুর্ভুজ  
অহু য়েকপা য়াবোই। চিত্র (৪) দা খ অমসুং ঘ বু কেন্দ্র লৌহুনা  
সেঃ মিঃ ২'৫ অমসুং ৪ বু ব্যাসাক্ষ লৌহুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎ  
অনি অসিনা করবা নন্তনা শোক্কা কান্দা ক কোণগী খাইদগী  
পিকপা চাং ওইগবদনি, হায়বদি মত্তম অহুদদি খঘ অসি  $৪+২'৫$   
 $= ৬'৫$  সেঃ মিঃ ওইগনি। ক কোণনা  $৯০^\circ$  ওইরবদি,

$$\begin{aligned} \text{খঘ} &= \sqrt{\text{কখ}^2 + \text{কঘ}^2} \\ &= \sqrt{(৫'৬)^2 + (৩'৩)^2} \\ &= ৬'৫ \text{ সেঃ মিঃ।} \end{aligned}$$

∴ ক কোণগী খাইদগী পিকপা

চাংনা  $৯০^\circ$  ওইগনি।



(৪)

৭। বাহ্যং—করিগুয়া চতুর্ভুজ অমগী বাহু মরি অমসুং  
কর্ণগী অশাংবা গীহুনা লৈরবদি করিয়া পাইশেনা বাহু য়েকদগে

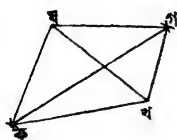
ভাকউ। সম্পাত্ত অসি য়াননবা পীরিবা হিরম ময়ামগী করস্থা মরী লৈবা তাই।

নহাক্সা পুথোক্লিবা পাঠৈ অহুগী মতুং ইন্না অসিগুহা কথগঘ চতুভুজ অমা য়েকউ মাতুগী

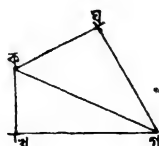
(১) কথ = ৩'০", খগ = ১'৭", গঘ = ২'৫", ঘক = ২'৮" অহুগা খঘ কর্ণ = ২'৬"। কগ ওন্দুনা পুথোকউ।

(২) কথ = ৩'৬ সে: মি:, খগ = ৭'৭ সে: মি:, গঘ = ৬'৮ সে: মি:, ঘক = ৫'১ সে: মি: অহুগা কগ কর্ণ = ৮'৫ সে: মি:। খ অমসুং ঘ কোণ ওন্দুনা পুথোকউ।

পাঠ্যখুম—(১) চতুভুজগী বাহু মরি অমসুং কর্ণ অমা পীরগা চতুভুজ কমদোনা য়েকদগে হায়বা অমসুং (২) সম্পাত্ত অসি য়াননবা হিরম ময়াম অসিগী করম করস্থা মরী লৈগদগে হায়বহু শন্দোক্সা হায়গদবনি।



(১)



(২)

(১) চতুভুজ অমা য়েকপদা পীরিবা কর্ণ অহুগা খাংবা মায়বা লৈই অচুহা অমা লোরগা, কর্ণ অসিনা মরস্তা লৈবা কোন্দা খায়দোক্সা তাইনবা বাহু অনি অনি লোহুনা কর্ণ অসিগী নাকল

অনিমুক্তা ত্রিভুজ অনি য়েকদবনি অমসুং মতো অনুয়া চতুভুজ  
অত্ৰ য়েকদবনি ।

(২) সম্পাদিত অসি ওইবা য়াননবা ত্রিভুজ ওইহনগদবা তাই-  
নবা বাছ অনিগী অপুনবনা কর্ণদগী মতম লৈবা খিবিজ্জা চাওবা  
হেনগদবনি ।

(৩) চিত্র (১) দা খঘ লৈই অচুস্বগা ২'৬" মায়না লৌ । খ  
অমসুং ঘ বু কেন্দ্র লৌছনা ৩'০" অমসুং ২'৮" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌছনা  
বৃত্ত মচেং অনি য়েকপনা ক বিন্দুদা ককলে । অমুক হুয়া খ  
অমসুং ঘ বু কেন্দ্র লৌছনা ১'৭" অমসুং ২'৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লৌছনা  
বৃত্ত মচেং অনিনা গ বিন্দুদা ককলে ।

খক, ঘক, ঘগ অমসুং খগ শমজিন্নে ।

অত্ৰ ওইরবদি কখগঘ অসি পায়িবা চতুভুজ অত্ৰ ওইরে ।  
কগ কর্ণ শমজিন্নে অমসুং ওন্দুনা য়ে বা মতমদা ৪'২৫"  
ওইরমই ।

চিত্র (২) দা কগ লৈই অচুস্ব বু সে: মি: ৮'৫ শাংনা লৌ ;  
গ অমসুং ক বু কেন্দ্র লৌছনা সে: মি: ৭'৭ অমসুং ৩'৬ বু  
ব্যাসার্দ্ধ লৌছনা বৃত্ত মচেং অনি য়েকপনা খ বিন্দুদা ককরে ।  
অমুক হুয়া গ অমসুং ক বু কেন্দ্র লৌছনা সে: মি: ৬'৮ অমসুং  
৫'১ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌছনা বৃত্ত মচেং অনি য়েকপনা ঘ বিন্দুদা  
ককরে ।

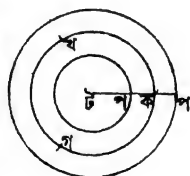
কখ, খগ, গঘ অমসুং ঘক শমজিন্নে ।

অত্ৰু ওইরবদি কথগঘ অসি পাম্বিবা চতুর্ভুজ অত্ৰু ওইরে ।  
ওন্দুনা য়েংবদা থ অমসুং ঘ কোণ খুদিমক ৯০° ওই ।

কান্দি মরমদা নৈননবা হাংগী পাণ্ডুপুস্তক  
( লামাই ১৩৭—১৪০ )

১। বাহং—করিগুয়া অপীবা বৃত্তগী পরিধিদগী মতম লৈবা  
ধিবিক্তা চপমামনা লাম্বা লৈতুনা বিন্দু অমা চলি ; মহাকী কা  
পুথোকউ । ( ব্যাসার্ধনা ওন্দুনা পরিধিদগী কবিগুয়া বিন্দু অমগী  
অরাম্বা লেপকদবনি ) ।

পাণ্ডুপুস্তক—কথগ অপীবা অবেষা বৃত্ত  
অমনি অমসুং ট বিন্দু অসি বৃত্ত অসিগী  
কেজ্জনি ; প বিন্দুনা কথগ বৃত্তগী পরিধি-  
দগী মতম লৈবা ধিবিক্তা (ব্যাসার্ধনা ওনবদা)  
লাম্বা মাম্বনা চলি ।



প বিন্দুগী কা পুথোকদবনি ।

য়েকপা—টপ শমজির্মো ; মতুনা অপীবা কথগ বৃত্তবু ক  
বিন্দুদা ককই । অত্ৰু ওইরবদি কথগ বৃত্তনা অরেষা ওইবনি  
মহাকী ব্যাসার্ধ টক স্ত অরেষনি ( হোংদবনি ) ।

∴ ( টক + কপ ) অমসুং ( টক - কপ ) অনি অসিস্ত  
অরেষনি ।

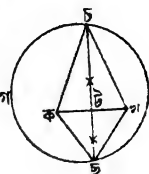
টবু কেজ্জ লৌতুনা ( টক + কপ ) অমসুং ( টক - কপ ) বু  
ব্যাসার্ধ লৌতুনা বৃত্ত অনি য়েকউ ।



বিন্দু অনিনি। মাত্রগী পরিধিগী, বিন্দু অনি অহুদগী লাপ্পা মান্না  
লৈবা বিন্দু ময়াম পুথোকউ। বিন্দু কয়া পুথোকপা য়াবেগে ?

পাণ্ডুখ—চগছ অসি অগীবা বৃত্তনি, অমসুং  
ক অমসুং খ অরেন্না বিন্দু অনিনি।

ক অমসুং খ দগী লাপ্পা চপমান্নবা চগছ  
পরিধিগী মসুংদা লৈবা বিন্দুশিং পুথোকদবনি।



য়েকপা—কথ শমজিন্নো।

কথ বু ট বিন্দুদা অনি থোকা মান্না খায়দোকউ।

ট ফাওদোজুনা কথ দা লম্ব ওইনা চটছ লৈই চিংবদা চগছ  
পরিধিবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা ককই।

অহু ওইরবদি চগছ পরিধিগী মসুংদা চ অমসুং ছ অসি ক  
অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু অনিনি।

প্রমাণ—কচ, খচ, কছ অমসুং খছ শমজিন্নো।

চটছ লৈই অচুশ্বনা কথ লৈইবু লম্ব ওইনা অনি থোকা  
মান্না খায়দোকই ;

∴ চটছ লৈইগী মসুংদা লৈবা বিন্দু পুন্মক ক অমসুং খ  
দগী লাপ্পা চপমান্নে। ( ১৪৩বা সল্লাজ )।

∴ কচ = খচ,

অমসুং কছ = খছ।

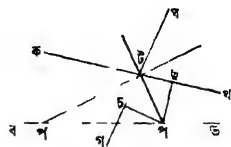
∴ চ অমসুং ছ অসি চগছ পরিধিগী মসুংদা লৈবা ক অমসুং  
খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু অনিনি।

চগছ পরিধিগী মসুংদা ক অমসুং খ দগী লাপ্পা মান্নবা বিন্দু  
অনিউমক লৈ।



৪। বাহু—প বিন্দু অসি বভ লৈই অচুস্গী মথস্তা চংলি ;  
মাহুনা করস্গা মফমদা কথ অমস্গং গঘ অপীবা লৈই অচুস্গা  
অনিদর্গী লাঙ্গা মান্ননা লৈগনি ?

পাওখুম—বভ লৈই অচুস্গী  
মথস্তা প বিন্দু চংলি, অমস্গং কথ  
অমস্গং গঘ লৈই অচুস্গা অনিসি ট  
বিন্দুদা করুত্না লৈ।



কথ অমস্গং গঘ লৈই অনিদর্গী লাঙ্গা মান্নবা বভ লৈইগী  
মমুংদা প বিন্দুগী লৈফম পুথোকদবনি।

য়েকপা—গটখ কোণবু টপ লৈইনা তজ্জাই তানা খায়-  
দোকট, ( ১বা সম্পাঙ ) অমস্গং বভ লৈইবু প বিন্দুদা উনহল্প।

অত্ৰ ওইরবদি প অসি বভ লৈই অচুস্গী মমুংদা কথ অমস্গং  
গঘ লৈই অনিদর্গী লাঙ্গা মান্নগনি।

প্রমাণ—পছ অমস্গং পচ অনি অসি কথ অমস্গং গঘ দা লম্ব  
ওইনা চিংউ।

টপ না গটখ কোণবু তজ্জাই তানা খায়দোকপা লৈইনি ;

∴ টপ গী মমুংদা লৈবা বিন্দু পুন্মক কথ অমস্গং গঘ করুবা  
লৈই অচুস্গা অনিদর্গী চপমান্ননা লাপই ; ( ১৫ত্বা সম্পাঙ )।

∴ পছ = পচ,

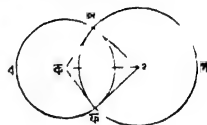
হায়বদি প অসি অচংপা প বিন্দুগী লৈফম অমনি।

মতৌ অম্ম ভৌত্না কটগ কোণবু টপ'না তজ্জাই তানা

খায়রগা বভ লৈইবু প'তা উনরবদি প' অসিসু বভ লৈইগী মম্বুংদা  
প বিন্দুগী লৈফম অতোপ্পা অমনি হায়বা পুথোকপা য়াই।

৫। বাহং—ক অমসুং খ লেংদবা বিন্দু অনি থক সে: মি:  
৬ লাপননা লৈ; কাগী পাম্বৈনা ক দগী সে: মি: ৪ লাপ্পা অতুগা  
থ দগী সে: মি: ৫ লাপ্পা লৈবা বিন্দু অনিথক পুথোকউ।

পাণ্ডুম—সে: মি: ৬ লাপ্পা ক  
অমসুং খ লেংদবা বিন্দু অনিনি।



ক অমসুং খ দগী মথংশিংনা সে:  
মি: ৪ অমসুং ৫ লাপ্পা বিন্দু অনি পুথোকদবনি।

য়েকপা—ক বু কেন্দ্র লোছনা সে: মি: ৪ বু বাসার্ক লোছনা  
পবফ বৃত্ত অমা য়েকউ। অতুগা থ বু কেন্দ্র লোছনা সে: মি:  
৫ বু বাসার্ক লোছনা পগফ বৃত্ত অমা য়েকপনা অহানবা বৃত্তবু  
প অমসুং ফ বিন্দুদা ককই।

অতু ওইরবদি প অমসুং ফ অনি অসি পাম্বিবা বিন্দু অনি  
অতুনি।

প্রমাণ—কপ, কফ, খপ অমসুং থফ শমজিমৌ।

অরেপ্পা ক বিন্দুদগী মতম লৈবা থিবিক্তা সে: মি: ৪  
লাপ্পা চংপা বিন্দুগী কাদি পবফ বৃত্তগী পরিধিনি।

( কাগী মরমদা ১বা খুদম )।

অমুক হম্মা অরেপ্পা থ বিন্দুদগী মতম লৈবা থিবিক্তা সে: মি:  
৫ লাপ্পা চংপা বিন্দুগী কাদি পগফ বৃত্তগী পরিধিনি। অতুগা

প অমসুং ফ বিন্দু অনি অসি পবক অমসুং পগফ পরিধি অনিগী  
করুফমনি,

হায়বদি কপ = ৪ সে: মিঃ,

খপ = ৫ সে: মিঃ ;

অমসুং কফ = ৪ সে: মিঃ,

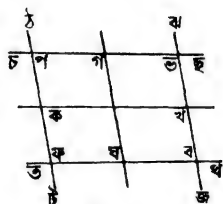
খফ = ৫ সে: মিঃ ।

∴ প অমসুং ফ অনি অসি পাগ্বিবা বিন্দু অনি অতুনি ।

৬। বাহুং—কথ অমসুং গঘ অসি অগীবা লৈই অচুয়া  
অনিনি । কথ দগী সে: মিঃ ৩ লাঙ্গা অতুগা গঘ দগী সে: মিঃ  
৪ লাঙ্গা লৈবা বিন্দু পুথোকউ । বিন্দু কয়া পুথোকপা য়াব:গ ?

পাওখুম—কথ, গঘ অগীবা লৈই  
অচুয়া অনিনি ।

কথ দগী সে: মিঃ ৩ লাঙ্গা, গঘ  
দগী সে: মিঃ ৪ লাঙ্গা বিন্দু পুথোক-  
কদবনি ।



য়েকপা—চছ অমসুং তথ লৈই অচুয়া অনি অসি কথ দগী  
সে: মিঃ ৩ লাঙ্গা নাকল অনিমস্তা অমসুং কথ দা সমাস্তর ওইনা  
চিংউ ।

অমুক হুয়া টঠ অমসুং জঝ লৈই অচুয়া অনি অসি গঘ দগী  
সে: মিঃ ৪ লাঙ্গা নাকল অনিমস্তা গঘ দা সমাস্তর ওইনা চিংবদা  
হাঙ্গী সমাস্তর লৈই অনিবু অকোনবগী অনিনি। প, ফ, ব অমসুং  
ভ বিন্দুদা ককই ।

অহু ওইরবদি কখ দগী সে: মি: ৩ লাপ্লা অমসুং গঘ, দগী  
সে: মি: ৪ লাপ্লা বিন্দুশিংদি প, ফ, ব অমসুং ভ অসিনি ।

প্রমাণ—চহ অমসুং তথ লৈই অনি অসি কখ দগী সে: মি: ৩

লাপ্লা অমসুং মহাকা সমাস্তুর ওইনা চিংলে ;

∴ কখ দগী মতম লৈবা খিবিক্তা সে: মি: ৩ লাপ্লা চংপা  
বিন্দুগী কাদি চহ অমসুং তথ অনি অসিনি ।

( কাগী মরমদা ২শুবা খুদম ) ।

অমুক হম্মা, টঠ অমসুং জঝ লৈই অনি অসি গঘ দগী সে:  
মি: ৪ লাপ্লা অমসুং মহাকা সমাস্তুর ওইনা চিংলে ;

∴ গঘ দগী মতম লৈবা খিবিক্তা সে: মি: ৪ লাপ্লা চংপা  
বিন্দুগী কাদি টঠ অমসুং জঝ অনি অসিনি ।

( কাগী মরমদা ২শুবা খুদম ) ।

হোজিক, প, ফ, ব অমসুং ভ মরি অসি চহ, তথ, টঠ  
অমসুং জঝ লৈই অচুন্না মরি অসিগী করুফম ডাক্সি ;

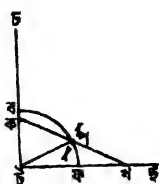
∴ প, ফ, ব অমসুং ভ মরি অসি পাল্লিবা বিন্দুশিংনি ।

বিন্দু মরিভমক পুথোকপা য়াই ।

৭। বাহুং—অমগা অমগা সমকোণদা অচুন্না কুল অনিগী মশাদা  
অকল্পবা শাংলবা চৈ অচুন্না অমগী মতোন অনি অহু থেংনরি ।

চৈ অহুগী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোকউ, অহুগা কা অহু  
বৃত্ত অমগী শরুক মরিগী শরুক অমনি হায়বা উংলু ।

**পাণ্ডুয়—**টচ অমসুং টছ অমগা অমগা সমকোণা লৈবা অচুয়া কল অনিনি ; অকরনা শাংলবা কথ চৈ অচুয়গী ক অমসুং থ মতোন অনি অসি মথংশিংনা টচ অমসুং টছ না খেনছনা লৈ ।



কথ চৈ অচুয়গী লৈফম পুন্নমক্তা মহাকী ময়্যায়গী বিন্দুগী কা পুথোকদবনি ।

**য়েকপা—**কথ বু অনি থোকা মান্না প বিন্দুনা খায়দোকউ ।

ট বু কেস্স লৌছনা টপ ব্যাসার্ক লৌছনা টচ অমসুং টছ না ওমথৈ ওইছনা বপফ বৃত্ত মচেং অমা য়েকউ ।

অছ ওইরবদি, বপফ বৃত্ত মচেং অসি কথ গী ময়্যায়গী বিন্দু প গী কানি ।

**প্রমাণ—**টপ শমজিমৌ ।

চটছ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ; ( পীবগী মতুং ইয়া ) ।

হায়বদি, কটখ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

$\therefore$  কটখ সমকোণী ত্রিভুজনি ।

কটখ সমকোণী ত্রিভুজগী কথ কর্ণনি অমসুং টপ অসি সমকোণগী ট বিন্দুগা কথ কর্ণগী ময়্যায়গী প বিন্দুগা শমজিন্নবা লৈই অচুয়নি ।

$\therefore$  টপ  $= \frac{1}{2}$  কথ । ( জ্যামিতিগী লামাই ৬০ গী ১০তবা ঘাহং ) ।

মসি কথ অচুয়া অকরনা শাংবা চৈগৌ লৈফম পুন্নমক্তা চুমই ।

অতঃপা টচ অমসুং টছ সমকোণদা লৈবা অপীবা ক্রল অনিগী  
ত্রিভুজক ট বিন্দু অসি অরেন্ননি ( লেন্দবনি ) ।

∴ কথ গী ময়ামগী বিন্দু প অসি কথ অচুয়া চৈগী লৈকম  
খুদিংদা ট দগী টপ লাগা লৈগনি ; অতঃপা কথ চৈনা টচ অমসুং  
টছ ক্রল অনিগী ময়ক্তা নান্দবনা প বিন্দুনা টচ অমসুং টছ গী  
হাংমদা চংপা য়ারোই ।

∴ ট বৃ কেন্দ্র লোছনা টপ বৃ বাসার্ক লোছনা য়েকপা  
বপক বৃত্ত মচেন্ অসি প গী, হায়বদি কথ চৈগী ময়ামগী বিন্দুগী  
কানি ।

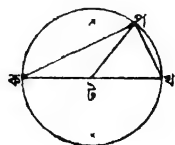
অতঃপা ট বিন্দুগী অকোয়বদা লৈবা কোণ পৃথকক্রা সম-  
কোণ মরিনি ।

ভৌইগুন্সুং চটছ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা । ( নীচগী মতুং ইয়া )  
বপক বৃত্ত মচেন্ অসি চটছ সমকোণগী বাছনা ওমথৈ ওই ;

∴ বপক বৃত্ত মচেন্ অসি মপুম ফাৰা বৃত্তগী শক্ক মরি  
থোকপগী শক্ক অমনি ।

৮। বাহং— অপীবা ভুমি অমবৃ কর্ন লোছনা সমকোণী  
ত্রিভুজশিং য়েক্রে । মখোইগী মতোন থংবা বিন্দু ময়ামগী  
কা পুথোকউ ।

পাণ্ডুখ— কথ অপীবা ভুমিবৃ কর্ন  
ওইনা করিগুয়া কপথ সমকোণী ত্রিভুজ  
য়েকলে ।



প বিন্দুগী কা পুথোকদবনি ।

য়েকপা—কথ কর্ণবু ট বিন্দুদা অনি থোকা মান্ননা  
খায়দোকউ । ( অনিগুবা সম্পাত্ত ) ।

টবু কেন্দ্র লৌহুনা টপ ব্যাসার্দ্ধ লৌহুনা কপথ বৃত্ত অমা য়েকউ ।

অহু ওইরবদি, কপথ বৃত্তগী পরিধি অসি প বিন্দুগী কানি ।

প্রমাণ—কপথ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা । ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

কপথ সমকোণী ত্রিভুজগী কথ কর্ণনি অমসুং

টপ অসি সমকোণগী প বিন্দুগা কথ কর্ণগী ময়ান্নগী ট  
বিন্দুগা শমজিন্নব' লৈই অচুম্বনি ;

$\therefore$  টপ = ২ কথ । ( লামাই ৬২ গী ১০গুবা ঘাহং ) ।

তোইগুম্বসুং কথ অপীবা কর্ণগী অশাংবা অবেল্লনি ;

$\therefore$  ই কথ স্ত্র অবেল্লনি ।

$\therefore$  কথ কর্ণবু ভুমি ওইনা য়েকপা কপথ সমকোণী ত্রিভুজগী  
লৈফম শুদিংদা টপ গী অশাংবা অবেল্লনি ( হো'দবনি ) । অহুগা  
কথ অবেল্লা কর্ণগী ময়ায়গী বিন্দু ট অসিস্ত্র লেঙদবনি ।

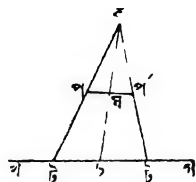
$\therefore$  টবু কেন্দ্র লৌহুনা টপ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌহুনা য়েকপা কপথ  
বৃত্তগী পরিধি অসি প বিন্দুগী কানি ।

( কাগী ময়মদা ১বা পাওথুম ) ।

৯। বাহং—ক লেঙদবা বিন্দু অমনি, ট বিন্দুনা লেঙদবা  
খগ লৈই অচুম্বগী মথক্তা চংলি । কট গী ময়ায় থংবা বিন্দু প  
গী কা পুথোকউ । অহুগা কা অহু খগ গা সমান্তরনি হায়বা  
উৎলু ।

**পাণ্ডুম**— ক লেউদবা বিন্দু অমনি;  
ট বিন্দুনা মথস্তা চংপা খগ অরেপ্পা লৈই  
অচুস্বা অমনি।

কট গী ময়ায়গী বিন্দুগী কা  
পুথোকদবনি।



**য়েকপা**— ক বিন্দুদগী খগ দা করিগুস্বা কট, কট চিংউ।  
কট অমসুং কট পু মথং শিংনা প অমসুং প' বিন্দুদা অনিথেক্রা  
মা না খায়দোকউ। (২গুবা সম্ভাৱ)।

পপ' সমজিল্লো।

অহু ওইবদি পপ' অসি কট গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কানি।

**প্রমাণ**— খগ দা করিগুস্বা কচ লৈই চিংউ; মথুনা পপ' পু স্ব  
বিন্দুদা ককই।

কটট ত্রিভুজদা প অমসুং প' অসি কট অমসুং কট বাহু  
অনিগী ময়ায়গী বিন্দু ঙাকনি;

∴ পপ' অসি খগ দা সমান্তর ওই।

( লামাই ৯৪গী ২গুবা বাহং )।

অমুক হুনা কটচ ত্রিভুজগী প অসি কট গী ময়ায়গী বিন্দুনি,  
( য়েকপগী মতুং ইহা )।

অমসুং পঘ গা টচ গা সমান্তর ওই;

∴ স্ব অসি কচ গী ময়ায়গী বিন্দুনি।

( লামাই ৯৪গী . বা বাহং )।

মতো অসু ম তোহুনা ক বিন্দুদগী খগ দা চিংবা লৈই অচুস্বা  
খুদিংমক পপ' লৈইনা অনিথোক্রা মান্না খায়দোকই হায়বা প্রমাণ  
তোঁবা য়াই।

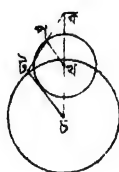


∴ পৰ্প অসি কট গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কানি। অমসুং  
পৰ্প অসি থগ দা সমাস্তর ওই হায়বা প্রমাণ ভৌত্রে।

১০। বাহং—ক অসি অরেপ্পা বিন্দুনি, অহুগা ট বিন্দুনা  
অপীবা বৃত্ত অমগী পরিধিগী মথস্তা চংলি।

কট গী ময়ায় থংবা বিন্দু প গী কা পুথোকউ, অহুগা কা  
অহু বৃত্ত অমনি হায়বা প্রমাণ ভৌ।

পাওথুম—ক অরেপ্পা বিন্দু অমনি ;  
অহুগা ট বিন্দুনা চ না কেন্দ্র ওইবা বৃত্তগী  
মথস্তা চংলি। কট চিংলে অমসুং প পরিধিগী  
না কট গী ময়ায়গী বিন্দুনি।



কট গী ময়ায়গী বিন্দু প গী কা পুথোকদবনি।

য়েকপা—কচ শমজিন্নৌ অমসুং কচ বু অনি থোকা মান্ননা  
থ বিন্দুদা খায়দ'কউ।

থপ শমজিন্নৌ। থ বিন্দুবু কেন্দ্র লৌহুনা থপ বু ব্যাসার্ধ  
লৌহুনা বৃত্ত অমা য়েকউ।

অহু ওইরবদি বৃত্ত অসি প গী কানি।

প্রমাণ—কটচ ত্রিভুজগী থ অমসুং প অনি অসি মথ শিংনা কচ  
অমসুং কট গী ময়ায়গী বিন্দু ঙাক্রি ;

∴ থপ = ½ চট। ( লামাই ২৪গী ওত্তবা বাহং ) ?

ক অসি অপীবা অরেপ্পা বিন্দুনি ; চ অসিন্ত অপীবা বৃত্তগী  
কেন্দ্রনি, মরম অসিনা চ অসি অরেপ্পা বিন্দুনি ;

∴ কচ অরেপ্পা লৈই অহুশনি ;

∴ কচ গী ময়ায়গী বিন্দু খ অসিস্ব অরেধা ( লেঙদবা )  
বিন্দুনি ।

অহুগা চট অসি অপীবা বৃত্তগী ব্যাসার্কনি ;

∴ ১ চট লেঙদবনি ( হোংদবনি ) ।

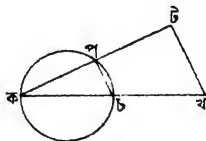
তোইগুস্বং খপ = ১ চট । ( অমাণ ভোথে ) ।

∴ খপ গী অশাংবা লেঙদবনি ।

∴ খ বু কেন্দ্র লোহুনা খপ বু ব্যাসার্ক লোহুনা য়েকপা বৃত্ত  
অসি কট গী ময়ায়গী বিন্দু প গী কানি ।

১১। বাহং—কথ অপীবা লৈই অচুস্বা অমনি, অহুগা কট  
লৈইনা খ বিন্দু ফাওদোকখিবা করিগুস্বা লৈই অচুস্বা অমগী  
লস্বনি । খট লৈইনা খ গী মাইটেক মরিদা লৈরবদি কট গী  
ময়ায়ংগা বিন্দুগী কা পুথোকউ ।

পাণ্ডুখম—কথ অপীবা লৈই অচুস্বা  
অমনি ; ফাওদোজুন' চিংবা খট লৈইদা  
কট লস্ব চিংলে অমস্বং প অসি কট গী  
ময়ায়গী বিন্দুনি ।



খট না খ গী মাইটেক মরিমস্তা লৈরবদি, প গী কা পুথোক-  
কবদনি ।

য়েকপা—কথ বু চ বিন্দুদা অনি থোকা মামনা খায়দোকউ ।

পচ শমজিন্নো ।

প অমস্বং চ বিন্দু অনি অসি মথংগিৎনা কট অমস্বং কথ গী  
ময়ায়গী বিন্দু ডাক্তি ;

∴ চপ গা খট গা সমাস্তর ওই । ( লাঃ ২২গী ২গুবা বাহং ) ।

তোইগুহুং কট অসি খট দা লম্বনি ;

∴ কপ অসি চপ দা লম্বনি,

হায়বদি কপচ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা ।

কচ অসিবু ব্যাস ওইহল্লগা কপচ বৃত্ত অমা য়েকউ ।

অহু ওইরবদি কপচ বৃত্ত অসিমক প গী কানি ।

**প্রমাণ**—কথ অরেপ্লা অগীবা লৈই অচুশ্বনি ;

∴ মসিগী ময়ায় চ বিন্দু অসি অরেপ্লনি ।

খ গী মাইকৈ মরিমস্তা খট না লৈরকপা মতমদা কট গী  
ময়ায়গী বিন্দু প গা চ গা সমজিন্নবা চপ লৈই অচুশ্বনা ইত্তত্তনা  
খট দা সমাস্তর ওই । ( প্রমাণ পীথে ) ।

কট দি খট দা লম্ব ওই । ( গীবগী মতুং ইয়া ) ।

∴ কপ না চপ দা লম্ব ওই,

হায়বদি কপচ  $\angle =$  সম  $\angle$  অমা

∴ কপচ সমকোণী ত্রিভুজ অমা ওই ।

হোজিক কপচ সমকোণী ত্রিভুজগী কচ কর্ণগী অশাংবা  
অরেপ্লনি । [ ∴ কচ = ২ কথ ] ।

∴ কচ কর্ণবু ব্যাস ওইনা য়েকপা বৃত্তনা প বিন্দুগী কানি ।

( মথকী চগুবা বাহং ) ।

∴ কপচ বৃত্ত অসি কট গী ময়ায়গী প বিন্দুগী কানি ।

২১। বাহং—কট, কঠ লৈই অচুশ্বা অসি অমগা অমগা  
সমকোণদা বরুরে, অহুগা টকঠ কোণগী মনুংদা লৈবা করিগুশ্বা

প বিন্দুদগী কট, কঠ গী মথক্তা মথংশিতনা পক্ষ, পব লম্ব চিংলে।

(১) পক্ষ + পব মত্তম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবা

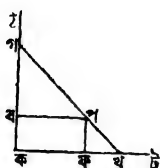
( = সে: মি: ৬ হায়ম্ব ),

(২) পক্ষ - পব মত্তম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা

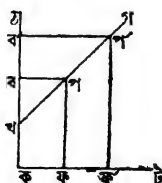
( = সে: মি: ৩ হায়ম্ব ),

প গী কা পুথোকউ। মক্ষম খুদিংমক্তা চাং য়েংচুনা ফংবা ফলগী জ্যামিতি প্রমাণ শীউ।

পাণ্ডুখম—কট, কঠ লৈই অচুয়া অনি অমগা অমগা সম-কোণদা ক বিন্দুদা কক্ৰৈ; প অসি টকঠ কোণগী মনুংদা লৈবা করিগুয়া বিন্দু অমনি, অমনুং প দগী কট অমনুং কঠ দা মথংশিতনা পক্ষ অমনুং পব লম্ব খাদগদবনি।



( ১ )



( ২ )

(১) পক্ষ + পব মত্তম লৈবা খিবিক্তা সে: মি: ৬ ওইরবদি,  
১ম্ব (২) পক্ষ - পব না মত্তম লৈবা খিবিক্তা সে: মি: ৩ ওইরবদি,  
প গী কা পুথোকদবনি।

(১) য়েকপা—চিহ্ন (১) দা প লৈবা মফম খুদিংমক্তা পফ+  
পব=সে: মি: ৬।

কট গী মমুংদা খ হায়বসি প গী লৈফম অমনি অহু ওইরবদি,  
পফ+পব=কথ=সে: মি: ৬।

অমুক হমা, টকঠ কোণগী মমুংদা প না হৌজিক লৈরিব  
মফম অসি মাগী তোঙানবা লৈফম অমনি হ য়না নিংশি। পফ,  
পব অসি মথংশিংনা কট অমমুং কঠ দা লম্ব খাদরে অমমুং খপ  
শমজিন্নরে। অহু ওইরবদি পফ+পব=সে: মি: ৬।

( পীবগী মতুং ইয়া )।

ভৌইগুম্বমুং বকফপ অসি আয়ত অমনি ;

∴ পব=ফক।

হৌজিক, পফ+পব=কথ=ফক+ফথ।

∴ পফ=ফথ।

পফখ সমকোণী ত্রিভুজগী পফ=ফথ ;

∴ ফপখ ∠ = ফথপ ∠ । ( ৩তম উ: )।

ভৌইগুম্বমুং, পফখ ∠ = ৯০° । ( পীবগী মতুং ইয়া )।

∴ ফথপ ∠ =  $\frac{৯০°}{২} = ৪৫°$ ।

খপ লৈই অচুম্বু শাংদে কপদা কঠ বু গ বিন্দুদা উনরে, অহু  
ওইরবদি খগ অসি প বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—পফখ সমকোণী ত্রিভুজগী

পফখ ∠ = সম ∠ অমা, ( পীবগী মতুং ইয়া )।

অমসুং কথগ  $\angle = ৪৫^\circ$ , ( প্রমাণ ভৌখে )।

$\therefore$  কগথ  $\angle = ৪৫^\circ$ ।

$\therefore$  গকথ ত্ৰিভুজগী

কথগ  $\angle =$  কগথ  $\angle$  ;

$\therefore$  কগ = কথ।

$\therefore$  কথগ সমদ্বিবাছ ত্ৰিভুজনি।

কথগ সমদ্বিবাছ ত্ৰিভুজগী খগ ভূমিদা লৈবা প কবিগুহা  
বিন্দু অমনি, জুগা পফ, পব অনি অসি মাযোক্ৰবা বাছ কথ  
অমসুং কগ দা লম্ব চিংলে ;

$\therefore$  পফ + পব = কথ = সে: মি: ৬।

( লামাই ২৭কৌ ১৪৩খা ঘাং )।

$\therefore$  খগ অসি প বিন্দুগী কানি।

(২) য়েকপা— চিত্ৰ (২) দা প না টকঠ কোণগী মনুংদা লৈবা  
মফম খুদিংদা পফ - পব = সে: মি: ৩।

কঠ গী মনুংদা খ হায়বসি প গী লৈফম অমনি হায়না  
নিংশি। অহু ওটববদি পফ - পব = কথ = সে: মি: ৩।

অমুক হম্মা, টকঠ কোণগী মনুংদা প না হোজিক লৈবিবা  
মফম অসি মাগী ভোঙানবা মফম অমনি নিংশি।

পফ, পব অনি অসি মথংশিৎনা কট অমসুং কঠ দা লম্ব  
খাদবে ; অমসুং পথ শমস্তিমবে।

$\therefore$  পফ - পব = সে: মি: ৩।

( পীবগী মতুং ইয়া )।

অছুগা বক—বথ=কথ=সে: মি: ৩।

∴ পফ—পব=বক—বথ।

ভোইগুম্মং বকফপ আয়তকী পফ=বক;

∴ পব=বথ।

হৌজিক পবথ ত্রিভুজগী পব=বথ;

∴ বথপ  $\angle$  = বপথ  $\angle$ । (৬ত্থা উ: )।

ভোইগুম্মং খবপ  $\angle$  = ৯০°।

∴ বথপ  $\angle$  =  $\frac{৯০^\circ}{২}$  = ৪৫°।

খপ লৈইবু করিগুম্মা গ বিন্দু ফাওবা ঞাংদোকউ।

অছু ওইরবদি খগ অসি প বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—খগ গী মমুংদা করিগুম্মা প বিন্দু অমা লৌ অমম্মং প'ফ'

অমম্মং প'ব' অনি অসি কট অমম্মং ক'ঠ দা লম্ব চিংউ।

কফ'প'ব' অসি আয়তনি;

∴ প'ফ' = ক'ব'।

অমুক খব'প' ত্রিভুজগী

ব'খপ'  $\angle$  = ৪৫° অমম্মং খব'প'  $\angle$  = ৯০°।

∴ ব'প'থ  $\angle$  = ৪৫°।

∴ খব'প' ত্রিভুজগী

ব'খপ'  $\angle$  = ব'প'থ  $\angle$ ;

∴ প'ব' = ব'থ।

হৌজিক প'ফ'—প'ব' = ক'ব'—ব'থ = কথ = সে: মি: ৩।

∴ খগ অসি প গী কানি।

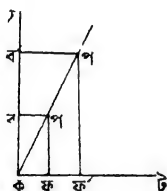
১৩। বাহু—কট, কঠ লৈই অচুয়া অনি ক বিন্দুদা অমগা  
অমগা সমকোন্দা করবে; অচুগা করিগুয়া চংলিবা প  
বিন্দুদগী কট, কঠ গী মথক্তা পফ, পব লম্ব চিংলে।

$$(১) \text{ পফ} = ২ \times \text{পব ওইরবদা}$$

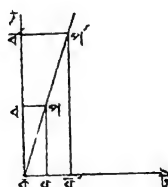
$$(২) \text{ পফ} = ৩ \times \text{পব ওইরবদা}$$

পগী ( প্রমাণ যাঃদনা ) কা পুথোকউ।

পাণ্ডুখম—কট, কঠ লৈই অচুয়া অনি ক বিন্দুদা অমগা  
অমগা সমকোন্দা করৈ অচুগা প অসি অংপা বিন্দু অমনি  
অমসুং প দগী কট অমসুং কঠ দা লম্ব থাদবদা (১) পফ =  
২ × পব অমসুং (২) পফ = ৩ × পব মান্নবা মতমদা প্রমাণ যাঃ-  
দনা প গী কা লেপকদবনি।



(১)



(২)

(১) য়েকপা - কট লৈই অচুয়গী মসুংদা কবিগুয়া ফ  
অমসুং ফ' বিন্দু অনি লৌ।

অমুক কঠ লৈই অচুয়দা কব গা ২ × কফ গা মান্ননা লৌ  
অমসুং কব'কা ২ × কফ' গা মান্ননা লৌ।

কট অমসুং কঠ দা কপ অমসুং বপ লম্ব চিংবনা প বিন্দুদা



করৈ অমসুং মভৌ অমসুং ফ'প' অমসুং ব'প' লম্ব চিংবনা  
প' তা করৈ ।

প'প' শমজিন্নবা লৈইনা প গী কানি ।

(২) য়েকপা— কট লৈই অচুখগী মসুংদা করিগুয়া ফ  
অমসুং ফ' বিন্দু অনি লৌ ।

অমুক কট লৈই অচুখদগী কব গা ৩×কফ গা মান্ননা লৌ,  
অমসুং কব' কা ৩×কফ' গা মান্ননা লৌ ।

কট অমসুং কট দা ফপ অমসুং বপ লম্ব চিংবনা প বিন্দুদা  
করুরে অচুগা মভৌ অচুগা ফ'প' অমসুং ব'প' লম্ব চিংবনা প' তা  
করুরে ।

প'প' শমজিন্নবা লৈইনা প গী কানি ।

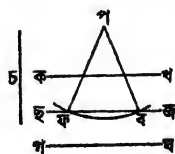
খঙগদবা—মথকী হিরম অনিমক্তা প'প' অসি ক বিন্দুদা  
ফাওদোকই হায়বা ফংগনি ।

১৪। বাহুং— করিগুয়া অগীবা বিন্দুদগী অকরুনা লাপ্লা  
লৈবা, অমসুং অগীবা সমাস্তর লৈই অনিদগী লাপ্লা মান্ননা  
লৈবা বিন্দু অমা পুথোকউ ।

সম্পাত্ত অসি করুয়া মফমদা ফল অনি অমসুং করুয়া মফমদা  
ফল অমত্তা ভাবগে? অচুগা করুয়া মফমদনা ইয়া যাদবগে?

পাওখুম—প অসি অগীবা বিন্দুনি;  
কথ, গঘ অগীবা সমাস্তর ওইবা লৈই  
অচুখা অনিনি অমসুং চ অগীবা অশাংবনি ।

কথ, গঘ সমাস্তর অনিদগী লাপ্লা মান্নবা  
প দগী চ গী অশাংবা লাপ্লা বিন্দু পুথোকদবনি ।



**য়েকপা**— কথ অমসুং গঘ সমাস্তর লৈই অনিগী ময়্যদা  
মখোই অনিমস্তা সমাস্তর ওইনা ছজ লৈই চিংউ ।

প বিন্দুব কেন্দ্র লোছনা চবু ব্যাসার্ক লোছনা বৃত্ত মচেৎ  
অমা য়েকপনা ছজ বু ফ অমসুং ব বিন্দুদা ককলে ।

অহু ওইরবদি ফ অমসুং ব অনি অসি কথ অমসুং গঘ সমাস্তর  
লৈই অনিদগী লাপ্লা মায়বা, অমসুং প বিন্দুদগী চ অশাংবা  
লাপ্লা বিন্দুনি ।

**প্রমাণ**— ছজ অসি কথ অমসুং গঘ সমাস্তর লৈই অনিগী ময়্যদা  
মখোই অনিমস্তা সমাস্তর ওইনা চিংবা লৈইনি ;

∴ ছজ গী ময়্যদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক কথ অমসুং গঘ  
সমাস্তর লৈই অনিদগী লাপ্লা মাইয়ে ।

অমুক হুয়া প অরেপ্লা বিন্দুদগী চ অশাংবা লাপ্লা মতম লৈবা  
খিবিক্তা চংপা বিন্দুগী কাদি প বু কেন্দ্র লোছনা চ বু ব্যাসার্ক  
লোছনা য়েকপা বৃত্তনি । অমসুং বৃত্ত অসিনা ছজ লৈইবু ফ  
অমসুং ব বিন্দুদা ককলে ।

∴ ফ অমসুং ব বিন্দু অনি অসি কথ অমসুং গঘ সমাস্তর  
লৈই অনিদগী লাপ্লা মায়রে, অমসুং অরেপ্লা প বিন্দুদগী চ  
অশাংবা লাপলে ।

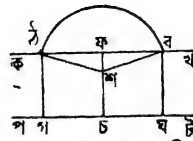
∴ ফ অমসুং ব অনি অসি পায়িবা বিন্দুশিংনি ।

চ গী অশাংবনা প বিন্দুদগী ছজ দা খাদবা লুয়দগী হুয়া  
শাংলগা সম্পাত্ত অসিগী বিন্দু অনি ফংই, অহুগা চ প লখ

অসিগা চপ মান্নরগা বিন্দু অম্মত্ত মফাই অম্মুং চ না লম্ব অসি-  
দগী হেমা তেল্লগা সম্পাত্ত অসি ইয়া যাদে ।

১৫। বাহাং—অপীবা পট লৈই অচুম্বদগী শ বিন্দু ইঞ্চি  
২ লাপনা লৈ । শ দগী ২ঃ ইঞ্চি লাপনা অম্মুং পট দগী  
২ঃ ইঞ্চি লাগা লৈবা বিন্দু অনিথক পুথোকট ।

পাণ্ডথুম—অপীবা পট লৈই অচুম্ব-  
দগী ইঞ্চি ২ লাগা লৈবা শ অবেল্লা বিন্দু  
অমনি ।



শ দগী ইঞ্চি ২ঃ লাগা অদুগা পট  
লৈইদগীম্ম ইঞ্চি ২ঃ লাগা বিন্দু অনি পুথোকদবনি ।

য়েকপা—শ দগী পট গী মথক্তা শচ লম্ব চিংউ অম্মুং চশ বু  
ফ বিন্দু ফাওবা চফ গা ইঞ্চি ২ঃ গা শাংবা মান্ননবা শাংদোকট ।

ফ বিন্দু ফাওদোকতুনা কফথ লৈই অচুম্বা অসি পট গা  
সমাস্তর ওইনা চিংউ ।

শ বু কেন্দ্র লৌতুনা ইঞ্চি ২ঃ বু ব্যাসার্দ্ধ লৌতুনা বৃত্ত মচেং  
অমা য়েকপনা কথ বু ঠ অম্মুং ব বিন্দুদা কক্লে ।

অদু ওইরবদি, ঠ অম্মুং ব অনি অসি পাগ্লিবা বিন্দুনি ।

প্রমাণ—ঠ অম্মুং ব বিন্দুদগী পট গী মথক্তা ঠগ অম্মুং বঘ  
লম্ব চিংউ ; অম্মুং শঠ অম্মুং শব শমজিন্নো ।

ঠগ, ফচ অম্মুং বঘ লৈই অছম্মক পট দা লম্বনি ;

( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

∴ ঠগ, ফচ অম্মুং বঘ অছম্মক সমাস্তর লৈই ওাক্রি ।

ଅନ୍ତର୍ଗା କଥା ଅସମ୍ଭବ ପଟ୍ଟି ସମାନ୍ତରାଣି । (ସ୍ବେଦପର୍ଣ୍ଣି ସତ୍ତ୍ୱେ ଇନ୍ଦ୍ରା )

∴ ଟିଗଚକ୍, ଫଚସବ ଆୟତ ଡାକ୍ରି ।

$\therefore \text{ঠগ} = \text{ফ্রচ} = \text{ইঞ্চি } 2\frac{1}{2}$

অমসুং বঘ = ফচ = ইঞ্চি ২ $\frac{3}{4}$  ।

∴ ৪ অমল্লং ব বিন্দু অনি অসি ৭ট দণ্ডী ইঞ্চি ২৫ লাগই।

অমুক হ্রদা শঠ = পব = ইঃ ২৭ । ( য়েকপগী মতঃ ইদা ) ।

∴ ঠ অমসুং ব অনি অসি পাল্লিবা। বিন্দুশিংনি।

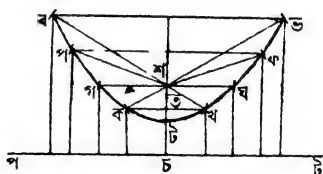
১৬। বাহ্য—অপীবা শ বিন্দু অমস্বং অপীবা পট লৈই  
অচুষ্মদগী লাপ্লা মান্ননা লৈবা বিন্দু পবেং পুথোকউ। খুৎলাইগী  
মতেং লৌদনা চুম্ননগী খুৎনা পুথোকলিবা বিন্দু পবেং অহু ফাওনা  
লৈই ( অথোযবা ) অমা ইয়।

পাণ্ডুয়—শ অর্পিব।

বিন্দুনি, অমসুং পট অশীবা।

লৈই অচম্বা অমনি ।

শ্রী অমল্য: পট দগী



লাপ্সা মান্নবা বিন্দু পবেং অমা পুথোক্লগা খুংলাইগী মতেং লৌদনা  
চুম্নগী খুংনা বিন্দুশিং অতু শমজিন্নগদবনি।

যেকপা—জ দগী পট দা জচ লম্ব থাদৌ ।

শচ বু অনি থোকা মান্ননা ট বিন্দুদা থায়দোকউ।

শচ লৈই অচম্বৰী মনুংদা কবিগুহা ত বিন্দু লো ।

ত বিন্দু ফাওদোকুনা পট গা সমান্তর ওইনা কথ লৈই চিংউ ।

শ বুদ্ধ কেন্দ্র লৌহনা চত বুদ্ধাসার্ক লৌহনা বুদ্ধ মতে অমা

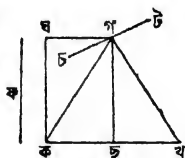
য়েকপনা কখ লৈইবু ক অমসুং খ বিন্দুদা ককলে। অহু ওইরবদি  
ক অমসুং খ বিন্দু অনি অসি খ-অমসুং পট লৈইদগী লাম্বা  
মান্নরে। মতো অসুম তোহনা গ অমসুং ঘ, প্ৰ অমসুং ফ, ব  
অমসুং ভ অসিনচিংবা খ অমসুং পট দগী লাম্বা চপ মান্নবা বিন্দু  
অনি, অনি অসি পুথোকপা য়াই।

মতো অসুম তোহনা পুথোকলিবা বিন্দু পৃথক অসি ফাও-  
দোকুনা খুংনা অকোনবা লৈই অমা চিংলে।

অসিগুয়া অকোনবা লৈই অসিবু পেরাবোলা কোই।

১৭। বাহু—অপীবা ভুমি অমগী মথক্তা অপীবা অরা'বা  
লৈবা ত্রিভুজ অমা য়েকউ, মহাকী মতোন্দি অপীবা লৈই অমগী  
মথক্তা লৈহনগদবনি।

পাণ্ডথুম—কখ অপীবা ভুমিনি অমসুং  
চট অপীবা লৈই অচুম্বা অমনি অহুগা ফ  
অপীবা অশাংবনি।



কখ ভুমিগী মথক্তা ফ অশাংবা ঝাংনা।

মতোননা চট লৈই অচুম্বা মসুংদা লৈবা ত্রিভুজ অমা য়েকদবনি।

য়েকপা—কখ ভুমিগী ক বিন্দুদা কখ লম্ব চিংউ অমসুং কখ  
গা ফ অশাংবগা মান্ননা লৌ।

ঘ বিন্দুদগী কখ গা সমান্তর ওইনা ঘগ লৈই চিংবনা চট বু গ  
বিন্দুদা উনৈ।

গক অমসুং গখ শম্ভিন্নৌ।

অহু ওইরবদি কখগ অসি পাল্লিবা ত্রিভুজ অহুনি।

**প্রমাণ**—কখ দা গছ লম্ব খাদো ।

যক অমসুং গছ মথোই অনিমক কখ দা লম্বনি ;

( যেকপগী মতুং ইহা ) ।

∴ যক অমসুং গছ সমান্তরনি ।

অমুক, যগ গা কখ গা সমান্তরনি ;

∴ যকছগ আয়তনি ।

∴ গছ = যক = ফ ( অশাংবা ),

হায়বদি কখগ ত্রিভুজগী গছ অশাংবগা ফ অপীবা অশাংবগা  
মান্নরে ।

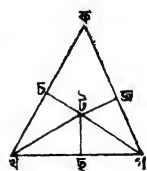
অমসুং মতোনগী গ বিন্দুসু অপীবা চট লৈই অচুয়গী মসুংদা  
লৈরে অছগা কখ না অপীবা ভুমি ওইবে ।

∴ কখগ অসি পাশ্বিবা ত্রিভুজ অছ ওইরে ।

১৮। বাহু—ত্রিভুজ অমগী বাহু অছমদগী লাগ্না মান্ননা  
লৈবা বিন্দু অমা পুথোকউ ।

**পাঠ্যম**—কখগ অসি ত্রিভুজ অমনি ।

কখগ ত্রিভুজগী কখ, খগ অমসুং গক বাহু  
অছম অসিদগী লাগ্না মান্নবা বিন্দু অমা পুথোকদবনি ।



(১) যেকপা—কখগ অমসুং কগখ কোণবু  
মথংখিনা খট অমসুং গট না তজ্জাই তানা খায়দোকট অমসুং  
খট অমসুং গট অনিনা ট বিন্দুদা উনৈ ।

অছ ওইরবদি ট বিন্দু অসি কখ, খগ অমসুং গক বাহু  
অছম অসিদগী লাগ্না মাই ।

প্রমাণ—কথ, খগ অমসুং গক বাছদা মথংশিৎনা টচ, টছ অমসুং  
টজ লম্ব খাদৌ ।

খট না কথগ কোণবু তআই তানা খায়দোকই ; ( য়েকপগী মতুং ইয়া )

∴ খট গী মম্বুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক কথ অমসুং খগ দগী  
লাপ্লা মামৈ । ( ১৫শুবা সম্পাদ ) ।

∴ টচ = টছ ।

মতো অমুয়া গট না কথগ কোণবু তআই তানা খায়দোকই ;

∴ গট গী মম্বুংদা লৈবা বিন্দু খুদিংমক খগ অমসুং গক দগী  
লাপ্লা মামৈ । ( ১৫শুবা সম্পাদ ) ।

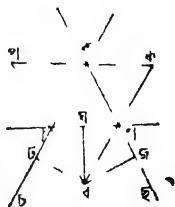
∴ টছ = টজ ।

∴ টচ = টছ = টজ,

হায়বদি ট বিন্দু অসি কথ, খগ অমসুং গক হায়বা কথগ  
ত্রিভুজগী বাছ অহম অসিদগী লাপ্লা মামৈ ।

∴ ট অসি পাম্বিবা বিন্দু অহনি ।

(২) য়েকপা—কথ অমসুং কগ বাছবু চ  
অমসুং ছ বিন্দুদা খাংদোকউ । চখগ, অমসুং  
ছগখ কোণবু মথংশিৎনা বখ অমসুং বগ না  
তআই তানা খায়দোকপদা মথোই অনি ব  
বিন্দুদা উনৈ ।



অহু ওইরবদি, ব বিন্দু অসি, কথ, খগ অমসুং গক বাছ  
অহমদগী লাপ্লা মামৈ ।

প্রমাণ—চখ, খগ অমসুং গছ দা মথঃশিংনা বট, বঘ অমসুং বজ লস্ব থাদৌ ।

চখগ কোণবু খব না তজ্জাই তানা খায়দোকই ;

∴ খব গী মসুংদা লৈবা বিন্দু খুদিং চখ অমসুং খগ দগী লাপ্লা মামৈ । ( ১৫ত্বা সম্পাদ ) ।

∴ বট = বঘ ।

মতৌ অসুনা বঘ = বজ হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ।

∴ বট = বঘ = বজ,

হায়বদি ব অসি কথ, খগ অমসুং গক বাহু অহুমদগী লাপ্লা মামৈ ।

মতৌ অসুম তৌহনা বপ, পফ অমসুং ফব অহুম অসিনা কখগ ত্রিভুজগী বাহু অহুম শাংদোক্লগা থোকপা মপানগী প্রতীপ কোণশিংবু তজ্জাই তানা খায়দোক্লগা ব, প অমসুং ফ বিন্দুদা উনরবদি প অমসুং ফ বিন্দু অনিগী খুদিংমক কথ, খগ অমসুং গক বাহু অহুমদগী লাপ্লা মামৈ হায়বা প্রমাণ তৌবা যাই ।

∴ প, ফ অমসুং ব বিন্দু অহুমগী খুদিংমক পাল্লিবা বিন্দুনি ।

১৯। বাহু—কট, কঠ লৈই অচুয়া অনি অমগা অমগা সমকোণদা কল্পরবে ; কট অমসুং কঠ গী মথক্তা মথঃশিংনা প অমসুং ফ বিন্দু অনি লৌরে ।

(১) কপ + কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,

(২) কপ - কফ মতম লৈবা খিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,

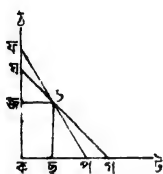
পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোকউ ।



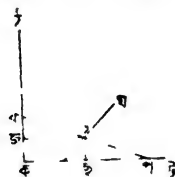
পাণ্ডখুম—কট, কঠ লৈই অচুয়া অনি অমগা অমগা সম-  
কোণদা কররে; কট অমসুং কঠ গী মথক্তা মথংশিংনা প  
অমসুং ফ বিন্দু অনি লোরে অমসুং পফ শমজিন্নরে।

(১) কপ+কফ মতম লৈবা থিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,

(২) কপ-কফ মতম লৈবা থিবিক্তা মান্ননা লৈরবদা,  
পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুগী কা পুথোকদবনি।



(১)



(২)

(১) য়েকপা—চিত্র (১) দা পফ গী ময়ায় থংবা বিন্দুনা  
লৈরবা মফম থুদিংদা কপ+কফ অসি মতম লৈবা থিবিক্তা  
মান্ননা লৈগদবনি।

∴ কট লৈইগী মথুংদা গ হায়বসি বিন্দু অচুগী লৈফম অমনি  
নিংশি অচু ওইবদি কগ = ২ ( কপ+কফ )।

পফ গী ময়ায়গী চ হায়বসি বিন্দু অচুগী তোঙানবা লৈফম  
অমা ওইহল্লু।

কট অমসুং কঠ গী মথক্তা চছ অমসুং চজ মথংশিংনা লম্ব  
থাদো অমসুং চগ শমজিন্নো অমসুং মছ শাংদোকপদা কঠ বু ঘ  
বিন্দুদা ককহল্লু।

অচু ওইবদি গঘ অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি।

প্রমাণ—চজ, টক অনিমক কঠ লৈইনা লম্ব ঙাক্রি ;

∴ চজ গা টক গা সমান্তরনি ।

ফকপ ত্রিভুজগী চ অসি পফ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি অমসুং  
চজ অসি পফ দা সমান্তর ওইরে ;

∴ জ অসি কফ গী ময়ায়গী বিন্দু ওইরে ( লামাই ২৪  
১৮৮ বাহুং )

অমুক ফকপ ত্রিভুজগী চ অমসুং জ বিন্দু অসি মথংশিৎনা  
পফ অমসুং কফ গী ময়ায়গী বিন্দু ঙাক্রি ;

∴ চজ = ১ কপ । ( লামাই ২৪ গী ২৩৮ বাহুং )

মতো অমুগা চহ = ১ কফ

∴ চহ + চজ = ১ ( কপ + কফ ) ।

তোই গুণমসুং কহচজ আয়তনি ;

∴ চজ = কহ ।

∴ কহ + চহ = ১ ( কপ + কফ )

অদুগা কগ = ১ ( কপ + কফ ) ( পীষগী মতং ইয়া )

∴ কহ + চহ = কগ = কহ + চহ

∴ চহ = চহ ।

হৌজিক চহগ ত্রিভুজগী

চহ = চহ ;

∴ চহগ ∠ = চহগ ∠ । ( ২৩৮ বা উঃ ) ।

অমসুং চহগ ত্রিভুজগী চহগ ∠ = ৯০° ;

∴ চহগ, চহগ কোণ খুদিংমক =  $\frac{১৮০°}{২} = ৯০°$  ;

হায়বদি, চগছ =  $৪৫^\circ$  ।

মতো অম্ম তোহনা ( কপ + কফ ) দি লেংহন্দনা পফ গী  
অতোপ্পা ফিবম অম্ম পফ গী ময়ায়গী চ বিন্দুগা গ বিন্দুগা  
শমজিন্নবদা খোকপা চগছ =  $৪৫^\circ$  হায়বা প্রমাণ তোবা যাই ।  
অহুগা প অম্মঃ ফ বিন্দু অনি অসিনা কট অম্মঃ কঠ গী  
মমুংদা লৈগদবনিনা গচ শাংদোকপা গফ গী মমুংদা পফ গী  
ময়ায়গী বিন্দু লৈ ; হায়বদি ( কপ + কফ ) লেংহন্দবদা  
পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনা গফ লৈইগী মমুংদা লৈ ।

∴ গফ অসি পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি ।

( ২ ) য়েকপা—চিত্র ( ২ ) দা পফ গী ময়ায়গী বিন্দুনা  
লৈকুবা খুদিংদা কপ—কফ অসি মতম লৈবা থিবিক্তা মান্ননা  
লৈগদবনি ;

∴ কট লৈইগী মমুংদা গ হায়বসি বিন্দু অহুগী লৈফম  
অমনি নিংশি, অহু ওইবদি কগ =  $\frac{১}{২}$  ( কপ — কফ ) ।

পফ গী ময়ায় চ হায়বসি বিন্দু অহুগী তোঙানবা লৈফম অমা  
ওইহল্লু । গচ শমজিন্নো অম্মঃ মছ করিগুন্না ঘ বিন্দু ফাওবা  
শাংদোকউ ; অহু ওইবদি গফ অসি ( কপ — কফ ) লেংহন্দবদা  
পফ গী ময়ায়গী বিন্দুগী কানি ।

প্রমাণ—চিত্র ( ১ ) দা ভোথিবগুন্না

চজ =  $\frac{১}{২}$  কপ,

অম্মঃ চছ =  $\frac{১}{২}$  কফ

মথকী মান্নবা রাঞ্জিংশি অসি খায়দোকুরগা

চজ — চছ =  $\frac{১}{২}$  ( কপ — কফ )

ভৌইশ্বস্বঃ চজকছ অসি আয়তনি ;

$$\therefore \text{চজ} = \text{কছ} ।$$

$$\therefore \text{কছ} - \text{চছ} = \frac{১}{২} ( \text{কগ} - \text{কফ} ),$$

$$\text{অতুগা কগ} = \frac{১}{২} ( \text{কগ} - \text{কফ} ) ।$$

$$\therefore \text{কছ} - \text{চছ} = \text{কগ} = \text{কছ} - \text{গছ} ;$$

$$\therefore \text{চছ} = \text{গছ} ।$$

অমুক, চগছ ত্রিভুজগী

$$\therefore \text{চছ} = \text{গছ} ।$$

$$\therefore \text{চগছ} \angle = \text{ছচগ} \angle । \quad ( \text{৫৩৮া উঃ} ) ।$$

অমস্বঃ চছগ ত্রিভুজগী

$$\text{চছগ} \angle = ৯০^\circ ।$$

$$\therefore \text{চগছ} \angle = \frac{৯০^\circ}{২} = ৪৫^\circ ।$$

$\therefore$  চিত্র ( ১ ) গী মতোশ্বস্বঃ গচ না ঘ বিন্দু কাওবা শাং-  
দোল্লগা গঘ অসি পক্ষ গী ময়্যগী বিন্দুগী কানি ।

২০। স্বাহঃ—খ অমস্বঃ খ্ অসি অরেন্না বিন্দু অনিনি ।  
অসিগ্বস্বা বিন্দু গরেন্ন পুথোকউ ।

( ১ ) খপ + খ্প = মলীং অমত্ভা ( ইঞ্চি ৩'৫ ছায়স্ব ) ওইবা ।

( ২ ) খপ - খ্প = মলীং অমত্ভা ( ইঞ্চি ১'৫ ছায়স্ব ) ওইবা ।

মকম খুদিংমত্ভা, খুংলাইগী মতেং লোদনা চুয়গী খুংনা  
পুথোল্লিবা বিন্দুশিং অছ কাওদোকপা লৈই ( অথোয়বা ) অমা  
ইব্ব ।

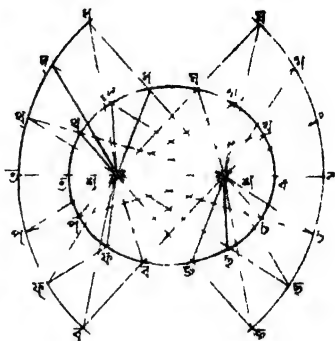
পাওখুম—শ অমসুং শ.  
অসি অরেপা বিন্দু অনিনি।

(১) শপ + শপ = মশীং  
অমতা (ইঞ্চি ৩'৫) ওইবা,

(২) শপ - শপ = মশীং  
অমতা (ইঞ্চি ১'৫) ওইবা,

মফম খুদিংক্তা খুংলাই-  
গী মতেং লৌদনা চুমগী খুংনা

পুথোকলিবা বিন্দুশিং অহু ফাওদোক্তুনা লৈট (অথেংবা) অম  
চিংগদবনি।



(১) য়েকপা—মফম অসিদা প না লৈবা মফম খুদিং  
শপ + শপ = ৩'৫''।

খ অসি প গী লৈফম অমনি নিংশি।

শখ অমসুং শখ শমজিমৌ অমসুং শখ বু খ্ ফাওবা খখ্ গা  
শখ্ গা মান্ননা শাংদোকউ। শখ্ শমজিমৌ।

হৌজিক শখখ্ ত্রিভুজগী

খখ্ = শখ্ ; (য়েকপগী হুতুং ইয়া)।

∴ খখ্ শ ∠ = খশখ্ ∠ । (ওইবা উঃ)।

অহুগা শখ্ = শখ + খখ্ = শখ + শখ্ = ৩'৫''।

[∵ শপ + শপ = ৩'৫'' অমসুং খ না প গী লৈফম অম ওই]।

মরম অহুনা খ্ হায়বা বিন্দু অসি শ বু কস্ত্র লৌদনা ৩'৫''

বু ব্যাসার্দ্ধ লে'হুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎকী মথঙ্কা লৈগনি হায়বসি  
লেপ্লা ওমই ।

অহুনা শ বু কেন্দ্র লো'হুনা ৩'৫" বু ব্যাসার্দ্ধ লো'হুনা বৃত্ত  
মচেৎ অমা য়েকউ অমসুং মতুগী মথঙ্কা খ্, গ্, ঘ্, চ্, ছ্, জ্  
অসিনিংবা বিন্দু কয়ামুক লৌ ।

শগ্, শঘ্, শচ্, শছ্, শজ্, ... শমজিন্নৌ অহুগা শ্গ্,  
শঘ্, শচ্, শছ্, শজ্, ... শমজিন্নৌ, অমসুং শ্ বিন্দুদা  
গ্শ্গ্, ঘ্শ্ঘ্, চ্শ্চ্, ছ্শ্ছ্, জ্শ্জ্ ক'গশিং অসি মথংশিংনা  
শগ্শ্, শঘ্শ্, শচ্শ্, শছ্শ্, শজ্শ্, ক'গশিংগা মান্ননবা  
শাবদা শগ্, শঘ্, শচ্, শছ্, শজ্ অসিনিংববু গ, ঘ, চ, ছ, জ  
অসিনিংবা বিন্দুশিংদা উনৈ ।

অহু ওইরবদি গ, ঘ, চ, ছ, জ বিন্দুশিং অসি পাল্লিবা লৈই  
অথোয়বা অহুদা লৈ ।

মতৌ অমসুং তৌহুনা শ্ বু কেন্দ্র লো'হুনা ৩'৫" বু বা সার্দ্ধ  
লো'হুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকগা খ্, দ, ধ, প, ফ, ব নচি'বা  
পাল্লিবা বিন্দু কয়ামকম পুথোকপা য়াই ।

শশ্ শমজিন্নৌ অমসুং মাইগৈ অ'নমসুং শাংদোকপদা বৃত্ত  
মচেৎ অনিবু ত্ অমসুং কু দা ককই ।

শ্ ক্ অমসুং শত্ অনিবু ক অমসুং ত দা মথংশিংনা অনি  
থোকা মান্ননা খায়দোকউ ; অহু ওইরবদি ক অমসুং ত বিন্দু  
অনি অসিন্স পাল্লিবা লৈই অথোয়বা অহুদা লৈগনি ।

মথক্তা পুথোক্তিবা বিন্দু পৃথ্বমক অসি কাওদোকুনা খুৎনা লৈই ( অথোয়বা ) অমা চিংলে ।

খঙগদবা—অসিগুয়া লৈই অথোয়বু ইলিপ্সু কোই ।

(২) য়েকপা—মফম অসি-

দা প না লৈবা মফম খুদিংদা

শপ—শ'প = ১'৫" । খ অসি

প গী লৈফম অমনি নিংশি ।

শখ অমসুং শ'খ শমজিন্নো

অমসুং শখ দগী খ'খ অসি শ'খ

গা মান্ননা ককউ অমসুং শ'খ শমজিন্নো ।

হোজিক খ'খ' শ' ত্রিভুজগী

খ'খ = শ'খ ; ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

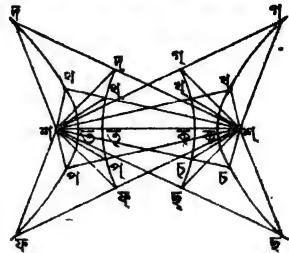
∴ খ'খ' শ' ∠ = খ'খ' ∠ । ( এতবা উঃ ) ।

অতুগা শ'খ' = শ'খ - খ'খ' = শ'খ - শ'খ = ১'৫" ।

মরম অতুনা খ' হায়বা বিন্দু অসি শ' বু কেন্দ্র লোতুনা ১'৫" বু ব্যাসার্ধ লোতুনা য়েকপা বৃত্ত মচেৎকী মথক্তা লৈ হায়বসি খঙবা উমলে ।

শ' বু কেন্দ্র লোতুনা ১'৫" বু ব্যাসার্ধ লোতুনা বৃত্ত মচেৎ অমা য়েকউ ; অমসুং মতুগী মথক্তা গ', চ', ছ' নচিংবা বিন্দু খ'র লো ।

শ'গ', শ'চ', শ'ছ' শমজিন্নো অমসুং মথংখিৎনা গ, চ, ছ বিন্দু কাওবা শাংদোকউ ; অমসুং শ'গ', শ'চ', শ'ছ' শমজিন্নো, অমসুং শ' দা গ'শ'গ', চ'শ'চ', ছ'শ'ছ' কোণাং অসি মথংখিৎনা



গগ্‌শ্, ৫৫শ্, ছছ্‌শ্ কোণশিং অসিগা মান্ননবা শাবদা শগ,  
শচ, শছ বৃ গ, চ, ছ নচিংবা বিন্দুদা ককই ।

অহু ওইরবদি গ, চ, ছ নচিংবা বিন্দুশিং অসি লৈই অখোয়বা  
অহুদা লৈগনি ।

মতৌ অম্মম তোহুনা শ্‌ বৃ কেন্দ্র লোহুনা ১'৫" বৃ ব্যাসার্ধ  
লোহুনা বৃত্ত মচেৎ অমা দ্বৈকলগা থ্‌, দ্‌ প্‌ ফ্‌ নচিংবা বিন্দুশিং  
অসি লোরগ থ্‌, দ্‌, প্‌, ফ্‌ নচিংবা বিন্দুশিং অসি মমাংগী নিয়ম  
মতুং ইন্না ; পুথোকপা য়াই পুথোকলিবা বিন্দুশিং অসিস্থ লৈই  
অখোয়বা অহুদা লৈগনি ।

শশ্‌ শমজিন্নৌ ; মহুনা বৃত্ত মচেৎ অনিবু ক্‌ অম্মুং ত্‌ দা  
ককই ।

শ্‌ক্‌ অম্মুং শত্‌ অনি অসিবু মথংশিংনা ক্‌ অম্মুং ত্‌  
বিন্দুদা অনি থোকা মান্ননা খায়দোকউ । অহু ওইরবদি ক্‌  
অম্মুং ত্‌ অনি অসিস্থ অখোয়বা লৈই অহুগী মম্মুংদা লৈগনি ।

পুথোকশ্রিবা বিন্দুশিং অসি ফাওদোকুনা চিত্র (১) গীদা  
ভোরিবাগুয়া লৈই অখোয়বাশিং অহু চিংউ । অহু ওইরবদি মখোই-  
শিং অসি পাল্লিবা লৈই অখোয়বাশিং অহুনি ।

মখল মখা অয়বা সম্পাদকী নৈনবা দ্বাহংগী পাণ্ডুর

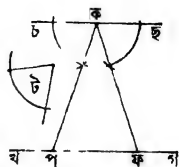
( লামাই ১৪৫—১৪৬ )

১। দ্বাহং—ক্‌ অগীবা বিন্দুনি, অহুগা খগ অগীবা লৈই  
অচুশনি । ক্‌ বিন্দুদগী অসিগুয়া লৈই অচুশা অমা চিংউ মাহুনা



খগ গা লোয়ননা অগীবা ট কোণগা মান্নবা কোণ অমা শাগনি ।  
অসিগুয়া লৈই কয়া চিংবা য়াবপে ?

পাণ্ডথুম—ক অগীবা বিন্দুনি, অছুগা  
খগ না অগীবা লৈই অচুহনি অমসুং ট না  
অগীবা কোণনি ।



ক বিন্দুদর্শী খগ গা লোয়ননা ট গা  
মান্নবা কোণ শানবা লৈই চি গদমি ।

য়েকপা—ক বিন্দু ফাওদোক্তুনা খগ গা সমান্তর ওইনা চকছ  
লৈই চিংউ ।

চক লৈইগী ক বিন্দুদা ট কোণগা মান্নবা চকপ কোণ শানবা  
খগ লৈইবু প বিন্দুদা ককই ।

অমুক ছক লৈইগী ক বিন্দুদা ট কোণগা মান্নবা ফকছ কোণ  
শানবা খগ বু ফ বিন্দুদা ককই ।

অছু ওইরবদি কপ অমসুং কফ অনি অসি পান্নিবা লৈই  
অচুয়া অনিনি ।

প্রমাণ—চছ গা খগ গা সমান্তরনি, অমসুং বপ না মথোইবু ক  
অমসুং প বিন্দুদা ককই ;

$$\therefore \text{চকপ } \angle = \text{কপগ একান্তর } \angle \quad ( ১৪তম উঃ ) ।$$

$$\text{তোইগুহুসুং চকপ } \angle = \text{ট } \angle \quad ( \text{য়েকপগী মতুং ইয়া } ) ।$$

$$\therefore \text{কপগ } \angle = \text{ট } \angle ।$$

মতৌ অমসুং কফখ  $\angle = \text{ট } \angle$  হায়গা প্রমাণ তোবা য়াই ।

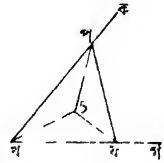
$\therefore$  কপ অমসুং কফ অনি অসি পান্নিবা লৈইশিং অছুনি ।

- ২। বাহু—কথগ কোণবু অনি থোক্রা মাম্ননা খায়বা লৈই অহু চিংউ ; য়েকপদা মন্তোন থংবা গ বিন্দু শিজিন্নবা য়ারোই ।

পাণ্ডুম—কথগ কোণ অসি অপীবনি ।

কথগ কোণবু থ বিন্দু শিজিন্নদনা ( 'য়কপদা )

মাম্ননা অনি থোক্রা থ'য়দোকদবনি ।



য়েকপা—থক অমসুং খগ বাহু অনিগী

মসুংদা কবিশুদ্বা প অমসুং ফ বিন্দু লৌ ।

পফ শমজিন্নৌ ।

থপফ অমসুং থফপ কোণ অসিবু পচ অমসুং ফচ না মাম্ননা অনি থোক্রা খায়থোকপদা মথোই অনি চ বিন্দুদা উনৈ ।

থচ শমজিন্নৌ । অহু ওঠরবদি, থচ না কথগ কোণবু অনি থোক্রা মাম্ননা খায়দোকই ।

প্রমাণ—পচ অমসুং ফচ না থপফ অমসুং থফপ কোণবু মথং-  
শিৎনা মাম্ননা অনি থোক্রা খায়দোকই ।

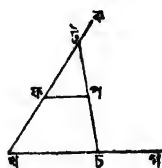
তোইশুদ্বসুং থপফ ত্রিভুজগী থপফ, থফপ অমসুং পথফ কোণ অহুমব মাম্ননা অনি থোক্রা খাদাকপা লৈই অহুগা চ বিন্দু মথশুদা উনৈ । ( লামাই ১৪১ গী শুদ্বা ছিবম ) ।

∴ থচ না পথফ হায়বদি কথগ কোণবু অনি থোক্রা মাম্ননা খায়দোকই ।

৩। বাহু—কথগ কোণগী মসুংদা প বিন্দু লৈ । থক, খগ দা লোইব অহুগা প বিন্দুদা অনি থোক্রা মাম্ননা খায়বা লৈই অচুদ্বা অমা চিংউ ।

**পাণ্ডু—**কখন অগীবা কোণী মজুংদা  
লৈবা প বিন্দু অমনি ।

প ফাওদোকুনা খক অমসুং খগ বাহুদা  
লোইবা, অমসুং প-বিন্দুদা মামনা অনি থোকা  
খায়দোকদবা লৈই অচুয়া অমা চিংগদবনি ।



**য়েকপা—**প বিন্দুদগী খগ গা সমান্তর ওইনা পফ লৈই অচুয়া  
চিংবনা খক বু ফ বিন্দুদা উনৈ ।

খক বাহুগী মজুংদা খফ গা মামনা ফট মতুপ ককউ ।

টপ শমজিমো অমসুং মজু খায়দোকদবা খগ বাহুবু চ বিন্দুদা  
উনৈ ।

অজু ওইরবদি টচ অসি পাল্লিবা লৈই অচুনি ।

**প্রমাণ—**টখচ জিভুজগী ফ অসি খট বাহুগী ময়াজগী বিন্দুনি,  
( য়েকপগী মজুং ইয়া ) অমসুং ফপ গা খচ গা সমান্তরনি ;  
( য়েকপগী মজুং ইয়া ) ।

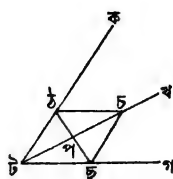
∴ ফপ না টচ বাহুবু প বিন্দুদা মামনা অনি থোকা  
খায়দোকই । ( লামাই ২৪গী ১বা বাহুং ) ।

∴ টচ অসি পাল্লিবা লৈই অচুনি ।

**৪। বাহুং—**কট, খট অমসুং গট লৈই অজু ট বিন্দুদা  
ভিন্নররে । কট অমসুং গট দা লোইবা অজুগা খট না অনি  
থোকা মামনা খায়বা লৈই অককপা ( ছেদক ) অমা চিংউ ।

পাণ্ডুখম—কট, খট অমসুং গট  
লৈই অহম অসি ট বিন্দুদা উনৈ।

কট অমসুং গট দা লোইবা খট না  
অনি থোৱা মান্ননা খায়দোকপা লৈই  
অচুস্বা অমা চিংগদবনি।



য়েকপা—টখ গী মনুংদা কবিগুহ চ বিন্দু লো।

চ দগী চঠ অমসুং চছ অনি অসি মথংশিংনা টগ অমসুং টক  
দা সমান্তর ওইনা চিংবদা টক অমসুং টগ বু ঠ অমসুং ছ বিন্দুদা  
উনৈ।

ঠছ শমজিমৌ অমসুং মছনা টখ বু প বিন্দুদা ককই।

অছ ওইববদি ঠছ অসি পাম্বিবা লৈই অচুস্বা অহনি।

প্ৰমাণ—ঠচ গা টছ গা সমান্তরনি, (য়েকপগী মতুং ইয়া)।

অমসুং চছ গা ঠট গা সমান্তরনি; (মরম অহমক)।

∴ চছটঠ অসি সামান্তরিকনি।

অমুক চছটঠ সামান্তরিকী টচ অমসুং ছঠ কর্ণ অনি অসি  
প বিন্দুদা অমগা অমগা অনি থোৱা মান্ননা খায়দোকই।

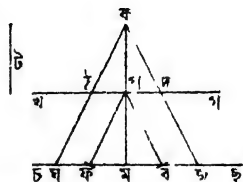
∴ ঠছ অসি প বিন্দুদা অনি থোৱা মান্ননা খায়দোকলে,  
হায়বদি ঠছ অসি টখ না মান্ননা অনি থোৱা খায়দোকলে।

∴ ঠছ অসি পাম্বিবা লৈই অহনি।

৫। বাহু—ক বিন্দুদগী অসিগুহা লৈই অচুস্বা অমা চিংউ,  
অপীবা সমান্তর লৈই অনিগী মনুংদা লৈবা মছগী মণে অছ  
অপীবা অশাংবা অমগা মান্নগনি।

সম্পাত্ত অসি কবস্থা মত্তমদা ফল অনি তাবগে ? করস্থা  
মত্তমদা ফল অমস্তা তাবগে ? অহুগা কবস্থা মত্তমদনা ইয়া  
য়াদবগে ?

পাওথুম—ক অসি অগীবা বিন্দুনি,  
অমস্তুং খগ, চছ সমাস্তব ওইবা লৈই  
অচুস্থা অনিনি অহুগা ট অসি অগীবা  
অশাংবনি ।



ক বিন্দুদগী খগ, চছ সমাস্তব লৈই  
অনিবু ককুবা লৈই অচুস্থা চিংলকপদা মবস্তা তাবা মতুপ অহু ট  
অশাংবগা মান্নগদবনি ।

য়েকপা—ক দগী চছ দা লম্ব ওইনা কম চিংবনা খগ বু প  
বিন্দুদা ককই । প বু কেন্দ্র লৌছনা ট বু ব্যাসার্দ্ধ লৌছনা বৃত্ত  
মচেৎ অমা য়েকপনা চছ বু ফ অমস্তুং ব বিন্দুদা ককই । পফ,  
পব লমজিন্নরে ।

ক বিন্দুদগী কঘ, কজ অনি অসি মথংশিংনা পফ অমস্তুং  
পব দা সমাস্তব ওইনা চছ বু ঘ অমস্তুং জ বিন্দুদা উন্ননবা অহুগা  
খগ বু ঠ অমস্তুং দ বিন্দুদা ককুবা চিংউ ।

অহু ওইরবদি কঠঘ অমস্তুং কদজ অনি অ'স পান্নিবা লৈই-  
শিং অহুনি ।

প্রমাণ—ঠপ গা ঘফ গা সমাস্তরনি, ( পীংগী মতুং ইয়া ) ।

অমস্তুং ঠঘ গা পফ গা সমাস্তরনি ;

( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

∴ ঠপঞ্চ অসি সামান্তরিকনি ।

∴ ঠঘ = পঞ্চ ।

ভৌইগুহ্মুং পঞ্চ = ট অশাংবা ( য়েকপগী যতুং ইয়া ) ।

∴ ঠঘ = ট অশাংবা ।

মভৌ অমুয়া দন্ত = ট অশাংবা ।

∴ কঠঘ অমুং কদজ অনি অসি পাম্বিবা লৈইশিং অতুনি ।

ট অশাংবনা খগ, চছ সমান্তরগী লাপ্বা পম দগী হেয়া শাং-  
লবদি মথন্তা য়েকখিবা অসিগুহ্মা লৈই অচুহ্মা অনি চিংবা য়াই ।

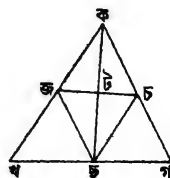
ট অশাংবনা পম গা চপমাম্বরবদি প কেহ্ন লৌতুনা ট বু  
ব্যাসার্দ্ধ লৌতুনা য়েকপা বৃত্তনা চছ শে কপদা শোকনি, মরম  
অতুনা মফম অসিদদি লৈই অচুহ্মা অমত্তমক চিংবা য়াই ।

অতুগা ট অশাংবনা পম দগী হেয়া তেল্লবদি বৃত্ত অতুনা চছ  
ইকক কল্লরোই, মরম অতুনা মফম অসিদদি সম্পাচ অসি ইয়া  
য়াদে ।

৬। বাহুং—কথগ ত্রিভুজগী মনুংদা অসিগুহ্মা খাইদগী হেয়া  
চাওবা সমবাহু চতুর্ভুজ অমা য়েকউ, মাত্ৰগী কোণ অমা ক  
কোণগা মাম্বগদবনি ।

পাণ্ডুখম্—কথগ অগীবা ত্রিভুজনি ।

কথগ ত্রিভুজগী মনুংদা কোণ অমগা ক  
কোণগা মাম্বগদবা খাইদগী চাওবা সমবাহু  
চতুর্ভুজ অমা য়েকদবনি ।



য়েকপা—খকগ কোণবু কছ না মান্ননা অনি থোক্রা খায়-  
দোকপদা খগ বু ছ বিন্দুদা উনৈ ।

কছ বু ট বিন্দুদা অনি থোক্রা মান্ননা খায়দোকউ অমসুং ট  
বিন্দু ফাওদোকুনা কছ দা লম্ব ওইনা জটচ লৈই চিংবনা কথ  
অমসুং কগ বু জ অমসুং চ বিন্দুদা উনৈ ।

ছচ অমসুং ছজ শমজিন্নৌ ।

অহু ওইরবদি কচছজ অসি পান্নিবা সমবাছ চতুর্ভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—কজট, কট ট্রিভুজগী

জকট  $\angle =$  চকট  $\angle$ , ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

কটজ  $\angle =$  কটচ  $\angle$ , ( মথোই খুদিং সমকোণনি ) ।

অমসুং কট মথোই অনিগী তিন্নবা বাছনি ;

$\therefore$  ট্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাম্নৈ । ( ১৭শ্বা উঃ ) ।

$\therefore$  টজ = টচ ।

অহুগা কট = টছ । ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কচছজ চতুর্ভুজগী কছ অকসুং জচ কর্ণ অনি অসি অমনা  
অম্ববু মান্ননা অনি থোক্রা খায়দোকনৈ ;

$\therefore$  কচছজ অসি সামান্তরিকনি ।

( লামাই ৮৭কী ৩শ্বা দ্বাহং ) ।

কজট, কট ট্রিভুজ অনি মশা পুন্নমক মাম্নৈ হায়বা প্রমাণ  
তোথ্রে ;

$\therefore$  কজ = কচ ।

তোইশ্বমসুং কচছজ সামান্তরিকী

কজ = চছ ।

∴ কচ = চছ ।

মতৌ অহুয়া চছ = জছ হায়বা প্রমাণ ভৌবা স্বাই ।

∴ কচছজ সামান্তরিকী বাছ পৃথকক মান্নরে ;

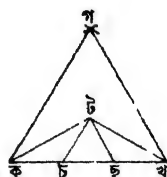
∴ কচছজ সমবাহু চতুর্ভুজনি, অহুগা মসিগী জকচ ∠ অসিনু ক কোণনি ।

∴ কচছজ অসি পাল্লিবা সমবাহু চতুর্ভুজনি ।

৭। স্বাইং—সমত্রিভুজগী শৈজবিবা মণ্ডলশিং অহু শিজিন্নহুনা অগীবা লৈই অচুয়া অমবু অহুমথোকা মান্ননা খায়দোকউ ।

পাণ্ডথুম—কথ অসি অগীবা লৈই অচুয়া অমনি ।

কথ বু সমত্রিভুজগী মচোকশিং শিজিন্নহুনা মান্ননা অহুমথোকা খায়দোকদবনি ।



য়েকপা ক অমহুং খ বু কেন্দ্র লোহুনা কথ বু বাসার্ক লোহুনা কথ গী নাকল অমহুদা বৃত্ত মচেং অনি য়েকপনা মথোই গ বিন্দুদা কট্টে । গক, গখ শমজিন্নো ।

গকথ, গখক কোণবু মথংশিংনা কট অমহুং খট না জছাই তানা খায়দোপদা মথোই অনি ট বিন্দুদা উঠৈ ।

কট গী ট বিন্দুদা টকথ কোণগা মান্ননা কটচ কোণ শাবদা টচ না কথ বু চ বিন্দুদা উঠৈ ।

মতৌ অহুয়া খট গী ট বিন্দুদা টখক কোণগা মান্নবা খটছ কোণ শাবদা টছ না কথ বু ছ বিন্দুদা উঠৈ ।



অত্র ওইয়বদি কথ লৈইবু চ অমসুং ছ বিন্দুদা মামনা অহম  
খোঁক। খায়দোকলে ।

প্রমাণ—কথগ ত্রিভুজ অসি সমবাহুনি ; ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

∴ মসি সমানকোণীসু ওই ।

$$\therefore \text{গকথ, গখক কোণ খুদিং} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ ।$$

$$\text{টকথ } \angle \text{ হায়বদি টকচ } \angle = 2 \text{ গকথ } \angle = 2 \times 60^\circ = 120^\circ ।$$

$$\text{অত্রগা টকচ } \angle = \text{কটচ } \angle \quad (\text{যেকপগী মতুং ইয়া}) । \\ = 60^\circ ।$$

∴ কটচ ত্রিভুজগী

$$\text{টকচ } \angle = \text{কটচ } \angle ;$$

$$\therefore \text{চক} = \text{চট} । \quad (\text{৬গুবা উঃ}) ।$$

মতো অসুয়া ছখ = ছট ।

অমুক হমা, কটচ ত্রিভুজগী কচ বাহু ছ বিন্দু কাওবা  
শাংদোকলি ;

$$\therefore \text{মপানগী টচছ } \angle = \text{মসুংগী টকচ } \angle + \text{কটচ } \angle \\ = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ ।$$

$$\text{মতো অসুয়া টছছ } \angle = 60^\circ ।$$

$$\text{হৌজিক টচছ ত্রিভুজগী টচছ, টছছ কোণ খুদিং} = 60^\circ ।$$

$$\therefore \text{লৈহৌরিবা চটছ} = 60^\circ ।$$

∴ টচছ ত্রিভুজ অসি সমানকোণীনি ;

∴ ত্রিভুজ অসি সমবাহুনি । ( ৬গুবা উঃ গী অহমাণ )

∴ চট = চছ = ছট ।

ভৌইগুয়স্বং    চট = চক, }  
                         ছট = ছথ }    ( প্রমাণ ভৌথে ) ।

∴ চক = চছ = ছথ ।

∴ কথ লৈই অচুস্ব চ অমস্বং ছ বিন্দুদা মান্ননা অহম থোরা  
খায়দোকলে ।

ত্রিভুজ য়েকপগী মরমদা নৈননবা বাহংগী পাণ্ডুম

৮। বাহং—মখাদা ইবিবা হিরমশিং অসি পীছনা লৈ,  
ত্রিভুজ অহু য়েকউ ।

(১) বাহু অহমগী ময়ায় থংবা বিন্দু ।

(২) বাহু অনিগী অশাংবা ১স্বং অহমগুবা বাহুবু মান্ননা  
অনি থোরা খায়রিবা মাধ্যিকী ।

(৩) বাহু অমা, অমস্বং অতোপ্লা বাহু অনিবু মান্ননা অনি  
থোরা খায়রিবা মাধ্যিকী অনিগী অশাংবা ।

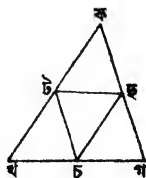
(৪) মাধ্যিকী অহমগী অশাংবা ।

(১) পাণ্ডুম—ট, চ অমস্বং ছ অহম অসি  
বাহু অহমগী ময়ায় বিন্দুনি ।

ত্রিভুজ অহু য়েকদবনি ।

য়েকপা—টচ, চছ অমস্বং ছট শমজিন্নো ।

ট, চ অমস্বং ছ বিন্দু অহম অসি কাওলোজুনা কটখ, থচগ  
অমস্বং গছক লৈই অচুস্ব অহম অসি মথংশিৎনা চছ, টছ অমস্বং



টচ না সমান্তর ওইনা চিংলে অমসুং চিংলিবা লৈই অহম অসি  
ক, খ অমসুং গ বিন্দুদা কররে ।

অহু ওইরবদি কখগ অসি পাল্লিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—খট গা চহ গা সমান্তরনি, ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

অমসুং টহ গা খচ গা সমান্তরনি ; ( মরম অহুমক ) ।

∴ টখচহ অসি সামান্তরিকনি । ( সংজ্ঞা ) ।

∴ খট = চহ । ( ২১ত্বা উঃ ) ।

মতৌ অমসুং টচহক অসিসু সামান্তরিকনি হায়বা প্রমাণ  
ভৌবা য়াই ;

∴ টক = চহ ।

∴ খট = টক,

হায়বদি ট অসি কখ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ।

মতৌ অমসুং চ অমসুং ছ বিন্দু অনি অসি মথংশিৎনা খগ  
১সুং গক বাহু অনিগী ময়ায়গী বিন্দুনি হায়বা প্রমাণ ভৌবা য়াই ।

∴ কখগ অসি পাল্লিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

(২) পাওখুম—ঠ অমসুং ছ অনি অসি

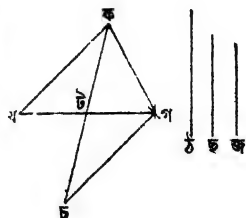
বাহু অনিগী অশাংবনি, অহুগা জ অসি

অহু১শুবা বাহুবু মাল্লনা অনি থোকা

খায়দোকপা মাধ্যাকীগী অশাংবনি ।

ত্রিভুজ অহু য়েকদবনি ।

য়েকপা—কট লৈই অচুথবু জ গ ।



মামনা লৌ অমসং কট বু চ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা কট গা  
টচ গা মামহল্লু ।

ক অমসং চ বু কেন্দ্র লৌচুনা মথংশিনা ছ অমসং ঠ বু  
ক্যাসার্ক লৌচুনা কচ গী নাকল অমত্তদা বৃত্ত মচেং অনি য়েকপদা  
গ বিন্দুদা করুরে ।

কগ, চগ শমজিন্নরে ।

অচুগা গট শমজিন্নরগা থ ফাওবা শাংদোকপদা গট গা টথ  
গা মামহল্লু । কথ শমজিন্নরে ।

অচু ওইরবদি কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অচুনি ।

প্রমাণ—গটচ, কটথ ত্রিভুজগী

টচ = কট, ( য়েকপগী মতুং ইয়া ) ।

গট = থট, ( মরম অহমক্কা ) ।

অমসং মরক্তা লৈবা গটচ  $\angle$  = মরক্তা লৈবা কটথ  $\angle$  ;  
( প্রতীপ কোণ ওইবনা ) ।

∴ ত্রিভুজ অনি অসি মশা পূন্নমক মাইনে । ( ৪ত্বা উঃ ) ।

∴ গচ = কথ ।

ভৌইগুয়সং গচ = ঠ অশাংবা

∴ কথ = ঠ অশাংবা

অচুগা কগ = ছ অশাংবা

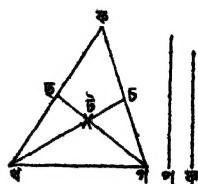
কট = জ অশাংবা ।

অমসং ট না থগ বাহুগী ময়্যগী বিন্দুনি ।

∴ কট অসি থগ বু মামনা অনি থোকা থায়দোকপা লৈইনি,  
হায়বদি মাথিকীনি ।

∴ কথগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অচুনি ।

(৩) পাণ্ডখুম—খগ ভুমি গীরে, অমহং  
অতোপ্পা ব'ছ অনিব মান্ননা অনি ধোকা  
খায়দোকপা মাধ্যিকী অনিগী অশংবা প  
অমহং ফ গীবে ।



ত্রিভুজ অহু য়েকদবনি ।

য়েকপা—খ বু কেন্দ্র লোছনা  $\frac{১}{৩} \times প$  অশংববু ব্যাসার্ধ  
লোছনা বৃত্ত মচেং অমা য়েকউ, অমহং গ বু কেন্দ্র লোছনা  $\frac{১}{৩} \times ফ$   
অশংববু ব্যাসার্ধ লোছনা য়েকপা বৃত্ত মচেংনা অহানবা বৃত্ত  
মচেংপু ট বিন্দুদা ককই । খট বু চ বিন্দু ফাওবা শাংদোকপদা  
টচ গা  $\frac{১}{৩} \times প$  অশংবগা মান্নহল্লু । গচ শমজিমৌ অমহং গচ গা  
চক গা মান্ননবা ক বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ । কখ সমজিমৌ ।

অহু ওইববনি কখগ অসি পাম্বিবা ত্রিভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—গট শাংদোকউ অমহং মাহুনা কখ বু ছ বিন্দুদা উনৈ ।

$$খট = \frac{১}{৩} \times প, \quad (কেকপগী মতুং ইয়া) ।$$

$$অমহং টচ = \frac{১}{৩} \times প, \quad (মরম অহুমক্স) ।$$

মান্নবা রাশীশিং অসি ত্রিভুজশিল্পগা

$$খট + টচ = \left( \frac{১}{৩} + \frac{১}{৩} \right) প = প ।$$

অহুগা চ অসি কগ বাহুগী ময়ায়গী বিন্দুনি ; (য়েকপগী মতুং ইয়া) ।

∴ খচ অসি কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকী অমনি ।

অহুগা খচ মাধ্যিকীগী ট অসি (কোণগী বিন্দুগী লাপধোকখিষদা)

মান্নবা শরুক অহুম ধোকা খায়দোকপা বিন্দুনি ।

কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকী পূন্নমক ট বিন্দুদা কক্ৰৈ ।

∴ গছ অসি অতোপ্পা মাধ্যিকী অমনি ।

$$∴ গট = \frac{১}{৩} পছ ।$$

ভৌইগুসুং গট =  $\frac{১}{২} \times ফ$  ; ( যেকপগী মতং ইয়া ) ।

$\therefore$  গছ = ফ ।

খচ = প । ( প্রমাণ ভৌখে ) ।

অহুগা খগ অপীবা ভুমিনি ।

$\therefore$  কখগ অসি পায়িবা ত্রিভুজ অহুনি ।

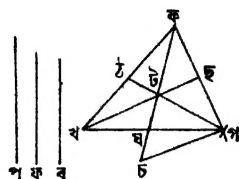
(৪) পাওথুম—প, ফ অমসুং ব

অহুম অসি মাধিকীগী অশাংবনি ।

ত্রিভুজ অহু যেকদবনি ।

যেকপা—টচ লৈই অচুস্ববু  $\frac{১}{২} \times ব$

অশাংবগা মান্ননা লৌ ।



ট অমসুং চ বু কেল্ল লৌহুনা মথংশিৎনা  $\frac{১}{২} \times ফ$  অমসুং  $\frac{১}{২} \times প$  বু ব্যাসার্দ্ধ লৌহুনা টচ গী নাকল অমহদা যেকপা বৃত্ত মচেনে অনিনা গ বিন্দুদা কইক ।

টচ বু অনি ধোকা মান্ননা ঘ বিন্দুদা খায়দোকউ ।

গঘ শমজিন্নরগা গঘ গা ঘখ গা মান্ননবা খ বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ ।

চট বু চট গা টক গা মান্ননবা ক বিন্দু ফাওবা শাংদোকউ ।  
খক অমসুং গক শমজিন্নো ।

অহু ওইরবদি কখগ অসি পায়িবা ত্রিভুজ অহুনি ।

প্রমাণ—গট অমসুং খট শমজিন্নরবগা শাংদোকপনা মথংশিৎনা কখ অমসুং কগ বু ঠ অমসুং ছ বিন্দুদা উনৈ । গচ শমজিন্নো ।

গঘচ, খঘট ত্রিভুজগী

গঘ = ঘখ, ( যেকপগী মতং ইয়া ) ।

ঘচ = ঘট, ( মরম অহুমক ) ।

অমসুং মরক্তা লৈবা পঘট  $\angle$  = মরক্তা লৈবা খঘট  $\angle$  ;  
( প্রতীপ কোণনি ) ।

$\therefore$  ত্রিভুজ অনি অসি মশা পুন্নমক মাইলৈ । ( ৪৩ বা ৫ঃ ) ।

$\therefore$  চগ = খট ।

তোইগুহুসুং চগ =  $\frac{১}{২} \times$  প ; ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  খট =  $\frac{১}{২} \times$  প ।

অহুগা কট = টচ =  $\frac{১}{২} \times$  ব ;

অমসুং টঘ =  $\frac{১}{২} \times$  টচ =  $\frac{১}{২} \times \frac{১}{২} \times$  ব =  $\frac{১}{৪}$  ব ।

$\therefore$  কট + টঘ =  $\frac{১}{২} \times$  ব +  $\frac{১}{৪} \times$  ব =  $(\frac{১}{২} + \frac{১}{৪})$  ব =  $\frac{৩}{৪}$  ব,

হায়বদি কঘ = ব অশাংবা ।

অমুক হমা, ঘ অসি খগ গী ময়ায়গী বিন্দুনি ; ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  কঘ অসি মাধ্যিকীনি ।

অহুগা ট বিন্দুনা কঘ মাধ্যিকীগী ( কোণগী বিন্দুগী লাপ-  
খোকপা ) মাম্বা শরুক অহুম খোকপগী খায়দোকফমনি ।

$\therefore$  কখগ ত্রিভুজগী মাধ্যিকী মহুমক ট বিন্দু ফাওদুনা  
চৎকদবনি ।

$\therefore$  গঠ অমসুং খহ অনি অসি ত্রিভুজগী অতোপ্লা মাধ্যিকী  
অনিনি ।

$\therefore$  গট =  $\frac{১}{২} \times$  গঠ ।

তোইগুহুসুং গট =  $\frac{১}{২} \times$  ফ ; ( যেকপগী মতুং ইয়া ) ।

$\therefore$  গঠ = ফ অশাংবা ;

মতো অমুয়া খহ = প হাম্বা প্রমাণ তোবা যাই ।

$\therefore$  কখগ অসি পাম্বা ত্রিভুজ অহুনি ।